

Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación

BÁRBARA M. BRIZUELA Y GABRIELLE A. CAYTON

Tufts University, Medford, USA



Resumen

En este estudio exploramos las diferencias en el tipo de producciones de numerales que hacen los niños como consecuencia de dos modos distintos de presentar números: presentación oral y con fichas de valores. Entrevistamos individualmente a veintidos niños (cinco de pre-escolar, ocho de primer grado y nueve de segundo grado) a quienes se asignó al azar a una de las dos condiciones: presentación oral o presentación con fichas de valores, ambas seguidas de la producción de numerales por parte de los niños. Encontramos diferencias en el tipo de representación que facilita el logro de la convencionalidad en las producciones numéricas de los niños y que se asocian a diferentes respuestas no convencionales. Asimismo, encontramos que esas asociaciones diferenciales cambian a lo largo de los distintos grados de escolaridad. Mientras que en los niños de pre-escolar la presentación oral parece facilitar las respuestas convencionales, en los de segundo grado este tipo de respuestas se producen tanto con presentaciones orales como con fichas.

Palabras clave: Numerales, representaciones externas, notaciones numéricas, número.

Writing-down numbers from kindergarten to second grade: The impact of using two representation systems when presenting numbers

Abstract

In this study, we investigated the differential impact of two presentations of numbers (an oral presentation and a presentation through different valued tokens) on children's productions of numerals. We carried out individual interviews with twenty-two children (five Kindergartners, eight first graders, and nine second graders) who were assigned at random to one of the two conditions: an oral or a token presentation, both followed by children's production of numerals. We found differences in the type of representation that facilitates conventional responses and that are associated with a diversity of unconventional responses. We also found that there are changes in these associations from one grade level to another. While oral presentations seem to facilitate conventional responses among the Kindergarten children, the second grade children can produce conventional numerals with both types of presentations.

Keywords: Numerals, external representations, numerical notations, number.

Agradecimientos: Este estudio se llevó a cabo con el apoyo a la primera autora de la Fundación Spencer, de la Comisión de Apoyo a Profesores de Tufts University y de la Comisión Fulbright; y con el apoyo a la segunda autora de la beca AERA-IES. Agradecemos los comentarios de Alfredo Bautista, Montserrat de la Cruz y Nora Scheuer a una versión borrador de este artículo. Las autoras se responsabilizan de todas las opiniones expresadas en este artículo.

Correspondencia con los autores: Tufts University. Education Department. 12 Upper Campus Rd., Paige Hall. Medford, MA 02155 (USA). E-mail: barbara.brizuela@tufts.edu

Introducción

El anotar numerales¹ no entraña simplemente una reproducción gráfica por parte de los niños sino que involucra aspectos constructivos y operativos muy importantes. El objetivo del estudio que presentamos en este artículo fue explorar el impacto que tienen dos tipos de representaciones externas de números en las producciones *convencionales* y *no convencionales* de numerales por parte de los niños. Más específicamente, en este artículo exploramos las diferencias debidas a dos tipos de presentación de números (presentación oral y con fichas de valores) en el tipo de producciones de numerales que logran hacer los niños.

En este artículo utilizaremos los términos sistemas externos de representación y representaciones externas. Goldin (1998) utiliza estos términos para distinguir este tipo de representaciones de las representaciones mentales. La característica fundamental de estas representaciones externas en el sentido en que las entendemos en este trabajo y entre las cuales incluimos a las notaciones es que tienen una *existencia física externa*. De este modo nos distinguimos de algunos investigadores que claramente marcan una diferencia entre *notaciones* y *representaciones*. En lugar de distinguirlas, nosotras consideramos a las notaciones como un tipo especial de representación externa. Freeman (1993), por ejemplo, entiende por representaciones sólo aquellas que son internas o mentales. De un modo similar, Lee y Karmiloff-Smith (1996) también distinguen entre notaciones y representaciones. En nuestro trabajo utilizaremos el término representación externa, como lo hace Goldin, para de este modo incluir representaciones que no son necesariamente producidas con lápiz y papel (notaciones), como pueden ser modelos o representaciones construidas con objetos concretos, tales como las fichas de valores que utilizamos en el estudio que describiremos a continuación. Sólo cuando queramos referirnos específicamente a representaciones externas hechas con lápiz y papel utilizaremos el término notación.

La naturaleza de estos sistemas externos impacta lo que sabemos y entendemos sobre lo que se está representando –podríamos decir que hay una interacción constante entre la representación y lo representado (ver Brizuela, 2004; Brizuela y Earnest, 2008; Ferreiro y Teberosky, 1979; Olson, 1994). La perspectiva que adoptamos en este estudio parte de la idea que los sistemas externos de representación transforman los procesos cognitivos, y no son sólo herramientas o apoyos externos (Goody, 1977; Martí, 2003; Martí y Pozo, 2000; Olson, 1994; Ong, 1982; Zhang, 1997; Zhang y Norman, 1994, 1995), siendo tanto amplificadoras como reorganizadoras (Cole y Bruner, 1971; Gibson, 1979; Kaput, 1991; Levi-Strauss, 1963; Pea, 1993; Vergnaud, 1982; Vygotsky, 1978).

En este estudio exploramos lo que Zhang y Norman (1995) llaman el *efecto representacional*, explicando que cada representación tiene un impacto diferencial en sus usuarios, y aclarando que “diferentes representaciones para una estructura abstracta común pueden causar conductas a nivel cognitivo dramáticamente diferentes” (p. 271). Nuestro interés al llevar a cabo el presente estudio se basa en la necesidad de comprender mejor este *efecto representacional*.

En cuanto al caso específico de las representaciones externas del número, algunos estudios han encontrado una progresión y cambios evolutivos en la manera en que los niños anotan numerales (Hughes, 1986; Sastre y Moreno, 1976; Sinclair, 1988; Sinclair y Scheuer, 1993; Sinclair y Sinclair, 1984). Estos estudios nos indican que incluso las anotaciones *no convencionales*, sobre las cuales hablaremos en este trabajo, que realizan los niños tienen una lógica propia. La mayoría de las características no convencionales de los numerales que anotan parecen indicar en cierta medida pasos en la apropiación por parte de los niños de las características del sistema de notaciones numéricas.

Algunos de los estudios llevados a cabo en el área del número han explorado las conexiones entre sus diferentes representaciones (nosotras, por ejemplo, nos centraremos en representaciones orales, con fichas y notacionales) y los diferentes tipos de respuestas, convencionales y no convencionales, que producen los niños (Fuson y Kwon, 1992; Miura y Okamoto, 1989; Power y Dal Martello, 1990; Ross, 1986; Scheuer, 1996; Seron y Fayol, 1994; Sinclair y Scheuer, 1993). Los estudios que han explorado las conexiones entre diferentes sistemas de representación se dividen entre aquellos que han investigado las conexiones entre las representaciones orales y las notaciones; y aquellos que han investigado las conexiones entre representaciones con fichas y las notaciones. Nuestro estudio se diferencia de ambos grupos porque exploramos las conexiones entre estos tres sistemas en un mismo estudio, con el mismo grupo de niños. Es decir, el estudio que presentamos en este artículo es novedoso en la medida en que exploramos y comparamos el impacto de dos tipos de *presentación* de números en las *producciones* tanto convencionales como no convencionales de numerales en los niños. De este modo reconocemos el impacto diferencial que tienen estos dos sistemas externos de representación del número —una representación oral por un lado y una representación con fichas de valores por otro lado.

Entre el primer grupo de estudios que han explorado la relación oral-notacional, los más importantes son los estudios de Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas y Tieche-Christinat (2000) y el de Power y Dal Martello (1990). Scheuer *et al.* (2000) discuten, entre otros, dos tipos diferentes de respuestas notacionales: notaciones logográficas (anotar el número entero literalmente, por ejemplo 100701 para “ciento setenta y uno”) y compactadas (suprimir algunos de los ceros incluidos en la notación logográfica, pero sin alcanzar la compactación completa propia del principio posicional; por ejemplo anotar 1071 para “ciento setenta y uno”).

Power y Dal Martello (1990) llevaron a cabo un estudio con alumnos de segundo grado italianos, a quienes se les dictaban números con y sin ceros internos. Los niños de segundo grado anotaron convencionalmente todos los números menores que *cien*. Para los números mayores de *cien* la mayoría de los errores eran de tipo sintáctico (como por ejemplo agregar ceros en exceso u ordenar los dígitos de manera no convencional), indicando que las respuestas de los niños no eran sólo simples “olvidos” o errores. El estudio de Power y Dal Martello planteó el siguiente interrogante: ¿qué rol jugaron los números *orales* en las respuestas de los niños?

Entre el segundo grupo de estudios, los investigadores han explorado específicamente la comprensión que tienen los niños del valor posicional, pidiéndoles que formen con fichas los números de dos o tres dígitos que se les presentan en forma escrita (Bednarz y Janvier, 1982; Kamii, 1985, 1989; Ross, 1986; Sinclair y Scheuer, 1993). Los resultados de estos estudios, llevados a bado en Argentina, Canadá, EEUU y Suiza, indican que deben trasncurrir varios años de escolaridad formal para que los niños puedan comprender qué cantidad de fichas se necesita para representar cada una de las partes escritas de un numeral (por ejemplo, que el 1 en 16 es diez, y no uno).

El estudio que más se asemeja al que presentamos en este artículo es el de Seron y Fayol (1994). Para ahondar en las cuestionaes exploradas en el estudio de Power y Dal Martello (1990), Seron y Fayol (1994) diseñaron un nuevo estudio. En él compararon niños franceses y valones². Debido a las pequeñas diferencias en las formas orales para los números en francés y en valón, los autores llevaron a cabo un experimento similar al de Power y Dal Martello (1990) para evaluar si había diferencias entre los niños franceses y valones cuando se les dictaban números. En las entrevistas, pedían a los niños transcribir los números que se les

152 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167

dictaban y usar fichas de valores (con valores de uno, diez, cien y mil) para construir dichos números. Encontraron errores léxicos y sintácticos muy similares a los identificados por Power y Dal Martello (1990) y por Scheuer *et al.* (2000). No es sorprendente que ciertas respuestas no convencionales a nivel sintáctico sólo se encontraran entre los niños franceses, como anotar 6018 para “soixante-dix-huit” (en francés, “setenta y ocho” se expresa como “sesenta-dieciocho”) y 42017 para “quatre-vingt dix-sept” (en francés, “noventa y siete” se expresa como “cuatro-veinte-diecisiete”). A pesar de las semejanzas, nuestro estudio se distingue del de Seron y Fayol (1994) en la medida en que evaluamos las producciones de niños en tres grupos de edad diferentes; en nuestro uso de fichas de valores que representan unidades, decenas, centenas y unidades de mil; y en nuestro enfoque en la evaluación de las diferencias que suscitan diferentes presentaciones de números en la producción de numerales.

Las preguntas de investigación que subyacen a nuestro estudio responde al siguiente problema: sabemos que existen una variedad de respuestas no convencionales entre los niños a la hora de producir numerales. Pero, ¿esta diversidad de respuestas a su vez varía dependiendo de los modos en que se presentan los números que deben anotar los niños? ¿Qué ocurre si las presentaciones varían? ¿Variarán los tipos de respuesta? Los estudios anteriores y el marco teórico nos indican que sí. Pero, ¿cuál será la naturaleza de estas diferencias? De este modo, este estudio pretende responder a las siguientes preguntas:

- ¿De qué modo se distinguen las respuestas no convencionales de los niños, a la hora de producir numerales, si los números son presentados de modo oral o a través de fichas de valores?
- ¿Existen variaciones en estas diferencias de acuerdo al grado de escolaridad de los niños?

Basándonos en el trabajo de Nunes Carraher (1985) y Seron y Fayol (1994), que utilizaron tareas similares con niños y con adultos analfabetos, elegimos para nuestro estudio fichas que utilizan distintos colores para los distintos valores (p.ej., rojo para indicar unidades, azul para decenas, etcétera). Por otro lado, también elegimos una diversidad de números que variaban en su magnitud y que en su forma notacional diferían en cuanto a la ubicación de los ceros, que en las formas de presentación oral y con fichas no son explicitados (ver Alvarado y Ferreira, 2002; Power y Dal Martello, 1990; Seron y Fayol, 1994). Finalmente, incluimos un amplio rango de números, desde las decenas hasta las unidades de mil, basándonos en los trabajos de Power y Dal Martello (1990), Alvarado (2002) y Alvarado y Ferreira (2002).

Método

Diseño

Para este estudio analizamos datos de entrevistas individuales llevadas a cabo con veintidos niños que realizaron producciones notacionales. En total fueron cinco de pre-escolar (los niños deben cumplir los cinco años antes de ingresar a pre-escolar en la ciudad en Massachusetts donde se llevó a cabo el estudio), ocho de primer grado y nueve de segundo grado. Todos ellos asistían a la misma escuela pública primaria, ubicada en un barrio urbano de la ciudad de Boston, en Massachusetts, EEUU. La escuela es diversa a nivel étnico, racial y sociocultural, e imparte enseñanza bilingüe en inglés y castellano. Dentro del estudio más amplio en el cual se ubica la presente investigación, el resto de los niños habían sido asignados a condiciones en las que realizaron producciones orales o con fichas, por lo cual no forman parte de los análisis que presentamos en este artículo.

Materiales

Tras cada una de las presentaciones de números, ya fuera oralmente o a través de fichas de valores (ver Tabla I), pedimos a los niños que anotaran dichos números en una hoja de papel.

TABLA I
Números presentados de forma oral o a través de fichas

Serie	Tipo de número				
Serie 1	Decenas – con cero final	40	60	50	30
Serie 2	Decenas – sin cero	43	64	53	21
Serie 3	Centenas – sin cero	127	143		
Serie 4	Centenas – cero interno	101	207	301	
Serie 5	Centenas – cero final	300	760	640	
Serie 6	Unidad de Mil – sin cero	1127	3143	4324	
Serie 7	Unidad de Mil – X0XX	3064	2053	1019	
Serie 8	Unidad de Mil – XX0X	2101	3504	1401	
Serie 9	Unidad de Mil – XXX0	1300	3760	2640	

Procedimiento

Se asignó a cada uno de los niños al azar a una de las dos condiciones siguientes (ver Tabla II):

1. Tarea con *presentación oral*: Los números se presentaron a los niños oralmente, después de lo cual se les pedía que lo anotaran.
2. Tarea con *presentación con fichas*: Los números se presentaron a los niños con fichas, después de lo cual se les pedía que anotaran el número que se les había presentado. Se les explicaba que las fichas rojas valían un punto, las azules diez, las blancas cien y finalmente las marrones mil. Se dio a todos los niños la oportunidad de realizar varias pruebas con las fichas hasta que a las investigadoras nos quedaba claro que comprendían su sistema subyacente de puntos y valores.

TABLA II
Distribución de niños en cada tipo de tarea

Grado de escolaridad	Tipo de tarea	N
Pre-escolar	Oral	2
	Fichas	3
Primer grado	Oral	4
	Fichas	4
Segundo grado	Oral	5
	Fichas	4

Datos

Los datos que utilizamos para nuestro análisis fueron las producciones notacionales de los niños, así como las verbalizaciones de los niños y las grabaciones en video durante las entrevistas individuales. A pesar de que el análisis que presentamos en este artículo se enfoca en las producciones notacionales, necesitamos también recurrir a las verbalizaciones de los niños en las entrevistas, en las cuales

muchas veces aclaraban sus producciones para la entrevistadora y en general era posible pedir a los niños que dieran explicaciones. Asimismo, utilizamos las grabaciones en video para poder corroborar la correspondencia entre las presentaciones orales y con fichas por un lado y las producciones escritas de los niños por el otro.

Análisis

Cada una de las respuestas que los niños dieron en la entrevista individual fue codificada de acuerdo con nueve categorías de respuesta que habían sido utilizadas previamente por Cayton (2007) y Cayton y Brizuela (2007):

- 1) *Otros tipos de notación* – O bien es imposible discernir la estrategia utilizada por el niño, o bien el tipo de producción es único. Por ejemplo, se clasificó dentro de esta categoría la notación 5 cuando se presentó el número “treinta” con fichas de valores.
- 2) *Idiosincrática* – Tipos de respuesta característicos y distintivos de un individuo. Dentro de un mismo individuo se pueden identificar ciertos patrones de respuesta comunes. Por ejemplo, se clasificaron como idiosincráticas las respuestas de un niño que, a partir de los números, en las unidades de mil anotaba números con combinaciones de unos y ceros, como anotar 11010 cuando se le presentó “mil ciento veintisiete” con fichas de valores.
- 3) *Respeto la cantidad de dígitos* – Hace un numeral con la misma cantidad de dígitos que tiene la notación convencional y eventualmente respeta alguno de los dígitos que se encontrarían en la notación convencional. Por ejemplo, anota 1270 cuando se le presenta “mil ciento veintisiete” oralmente.
- 4) *Cuenta las fichas +/-1* – Toma cada ficha como unidad ignorando su valor, o sea, anota el cardinal de la cantidad de fichas que se le presentan. Se clasificó en esta categoría a la anotación de 9 cuando se presentó a un niño con el número “doscientos siete” con fichas de valores.
- 5) *Omisión de dígitos* – El número anotado contiene alguno de los dígitos del número presentado por la entrevistadora, pero faltan otros. Esta categoría también se utilizó para los casos en los cuales se cambió un dígito por un cero. Por ejemplo, se clasificó dentro de esta categoría la producción cuando el niño anotaba 1003 ó 43 para “ciento cuarenta y tres”³.
- 6) *Transposición de dígitos* – El número incluye todos los dígitos que deberían ser incluidos, pero al menos dos de ellos están ubicados en un orden incorrecto. Por ejemplo, se clasificó dentro de esta categoría la producción cuando el niño anotaba 134 para “ciento cuarenta y tres”.
- 7) *Transcodificación literal completa* – El numeral se anota de forma completa o casi literal, eventualmente con algún dígito cambiado. Este es un tipo de respuesta que requiere mucha sistematización; en esta categoría también incluimos aquellas respuestas que tienen alguna desviación de la literalidad, ya sea porque sobran ceros o falta algún dígito. Tomamos esta categoría de Seron y Fayol (1994). Esta categoría es también similar a la notación logográfica de Scheuer *et al.* (2000), aunque estas autoras sólo incluirían dentro de ella producciones como 100701. Por el contrario, nosotras incluimos aquí ambos tipos de producciones, tanto 100701 como 10071, ya que pensamos que para niños que ya anotan convencionalmente los números en las decenas, la anotación del 71 se ha convertido en la notación literal de “setenta y uno”.
- 8) *Notación compactada* – El numeral incluye ceros extra, aunque siempre menos de los que se incluyen en la categoría *transcodificación literal completa*. Por ejemplo, se anota 1071 para “ciento setenta y uno”. Esta categoría fue adaptada de Scheuer *et al.* (2000).

9) *Notación convencional* – El número se anota convencionalmente. Esta categoría incluyó respuestas en las cuales algunos dígitos podrían verse rotados o en espejo. El requisito para ser codificado dentro de esta categoría era que todos los dígitos estuvieran en las posiciones convencionales⁴.

En los resultados que presentamos a continuación, la unidad de análisis en todos los casos es el conjunto total de producciones de los niños dentro de cada una de las condiciones (con presentación oral o con presentación con fichas).

Resultados

La tabla III presenta la distribución de las respuestas en los tres grados de escolaridad objeto de estudio, de acuerdo con las nueve categorías que acabamos de presentar, sin discriminar por tipo de presentación. En todas las tablas, las frecuencias se refieren siempre a la cantidad de producciones realizadas por el conjunto total de los niños.

TABLA III
Frecuencias y porcentajes de las categorías de respuesta para cada grado de escolaridad

	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Otros tipos de notación	3 (4%)	0 (0%)	0 (0%)
Notación idiosincrática	0 (0%)	5 (3%)	0 (0%)
Respetar la cantidad de dígitos	1 (1%)	2 (1%)	0 (0%)
Cuenta las fichas +/-1	20 (27%)	7 (40%)	0 (0%)
Omisión de dígitos	13 (18%)	12 (6%)	0 (0%)
Transposición de dígitos	6 (8%)	2 (1%)	4 (2%)
Transcodificación literal completa	6 (8%)	31 (16%)	40 (21%)
Notación compactada	0 (0%)	13 (7%)	16 (9%)
Notación convencional	24 (33%)	122 (63%)	133 (69%)
Total de respuestas	73 (100%)	194 (100%)	193 (100%)

Si analizamos las columnas de la tabla III, podemos observar que en primer y segundo grado la mayoría de respuestas fueron de tipo convencional. Sin embargo, incluso en estos grados se identificaron algunas respuestas no convencionales. Por su parte, los niños de pre-escolar dieron más respuestas de tipo no convencional (si consideramos conjuntamente las ocho primeras filas) que de tipo convencional.

Ahora bien, si realizamos una lectura de las filas de la tabla III, podemos ver que las primeras cinco categorías de respuesta se presentaron entre los niños de pre-escolar y primer grado pero ya no en segundo grado, con lo cual podríamos decir que en general las respuestas no convencionales de los niños disminuyeron de pre-escolar a primer grado, así como también de primer a segundo grado. El patrón en la categoría *cuenta las fichas +/-1* fue diferente ya que ocurrió con más frecuencia entre los niños de primer grado. Entre estos niños parece haber un mayor énfasis en respetar la cardinalidad del conjunto de fichas que se les presenta (esta categoría obviamente no se observó entre las presentaciones orales). Por otra parte, algo similar pasa también con las categorías *transcodificación literal completa* y *notación compactada* que también se observaron con más frecuencia entre los niños mayores. Algunos estudios anteriores ya han encontrado que este tipo de respuesta es más frecuente entre los niños mayores. Es decir, este tipo de respuesta muestra algún tipo de conceptualización y sistematización con respecto al número más sofisticada que las otras respuestas de tipo no convencional (ver Cayton, 2007; Cayton y Brizuela, 2007; Scheuer *et al.*, 2000; Seron y Fayol, 1994).

Sin embargo, dados los intereses esencialmente teóricos de nuestro estudio, debemos preguntarnos sobre las posibles raíces de este tipo de respuestas entre

156 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167

los niños, así como acerca de su distribución a lo largo de los distintos grados. En la tabla III hemos presentado los datos de las dos condiciones en que se agrupó a los niños (*i.e.*, presentación oral vs. con fichas), por lo que no hemos discriminado entre el tipo de sistema de representación utilizado para introducir los números a los niños. Como hemos visto en el caso de estudios anteriores, las respuestas de los niños pueden verse influidas por el tipo de representación que se elige para la presentación de los números. En las siguientes secciones presentaremos dichos datos, inicialmente por grados y después por categorías, discriminando entre los dos tipos de presentación empleados (es decir, oral y con fichas).

Resultados por grado

Pre-escolar

En la tabla IV podemos observar que los pre-escolares dieron respuestas muy dicotómicas, donde las categorías de respuesta se asocian ya sea a un tipo de presentación o al otro, pero no a ambos tipos de presentación. Las respuestas más frecuentes fueron contar las fichas y las respuestas de tipo convencional. Por otro lado, existe otra distinción muy llamativa: la presentación oral se asoció casi en su mayoría a respuestas de tipo convencional, mientras que la presentación con fichas se asoció a las respuestas de tipo no convencional. De este modo, podríamos decir que las presentaciones orales tienden a facilitar las respuestas convencionales en este nivel de escolaridad, mientras que las presentaciones con fichas presentan dificultades para los niños de este nivel y suelen estar asociadas a respuestas no convencionales.

TABLA IV
Frecuencias y porcentajes de las categorías de respuesta en pre-escolar en ambas condiciones de presentación

	Presentación oral	Presentación con fichas	Total
Otros tipos de notación	0 (0%)	3 (100%)	3 (100%)
Notación idiosincrática	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Respeto la cantidad de dígitos	1 (100%)	0 (0%)	1 (100%)
Cuenta las fichas +/-1	0 (0%)	20 (100%)	20 (100%)
Omisión de dígitos	0 (0%)	13 (100%)	13 (100%)
Transposición de dígitos	6 (100%)	0 (0%)	6 (100%)
Transcodificación literal completa	6 (100%)	0 (0%)	6 (100%)
Notación compactada	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Notación convencional	24 (100%)	0 (0%)	24 (100%)

Primer grado

En la tabla V podemos ver que las respuestas más frecuentes entre los niños de primer grado fueron las notaciones convencionales, seguidas por la transcodificación literal completa. Las notaciones convencionales se asocian tanto a presentaciones orales como a presentaciones con fichas. Pese a ello, nuevamente nos encontramos con que los tipos de notación menos convencionales –las cuatro primeras filas– se dieron con más frecuencia en la presentación con fichas. Por otro lado, la transcodificación literal completa y la notación compactada parecieron asociarse a diferentes tipos de presentación, de modo que la transcodificación literal completa fue más frecuente con la presentación con fichas, y la notación compactada con la presentación oral. Podríamos argumentar que la presentación con fichas continúa presentando ciertas dificultades incluso en primer grado, dada la frecuencia de respuestas no con-



vencionales con este tipo de tarea. Para los niños que logran notaciones convencionales, el modo de presentación de la tarea tiene menos impacto y pueden lograr la convencionalidad más allá del tipo de representación que se les presente. La presentación con fichas está asociada con más frecuencia a la transcodificación literal completa, mientras que la presentación oral lo está a la notación compactada.

TABLA V
Frecuencias y porcentajes de las categorías de respuesta en primer grado en ambas condiciones de presentación

	Presentación oral	Presentación con fichas	Total
Otros tipos de notación	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Notación idiosincrática	0 (0%)	5 (100%)	5 (100%)
Respeto la cantidad de dígitos	0 (0%)	2 (100%)	2 (100%)
Cuenta las fichas +/-1	0 (0%)	7 (100%)	7 (100%)
Omisión de dígitos	7 (58%)	5 (42%)	12 (100%)
Transposición de dígitos	2 (100%)	0 (0%)	2 (100%)
Transcodificación literal completa	10 (32%)	21 (68%)	31 (100%)
Notación compactada	13 (100%)	0 (0%)	13 (100%)
Notación convencional	56 (46%)	66 (54%)	122 (100%)

Segundo grado

En la tabla VI podemos ver que las respuestas más frecuentes entre los niños de segundo grado fueron las notaciones convencionales, la transcodificación literal completa y la notación compactada. En este caso, las notaciones convencionales parecieron asociarse más a la presentación oral y a la transcodificación literal completa. La notación compactada se asoció con igual frecuencia a ambos tipos de presentación. Podemos decir con bastante certeza que, en este nivel educativo, la presentación con fichas ya no presenta las mismas dificultades que para los niños de grados anteriores.

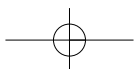
TABLA VI
Frecuencias y porcentajes de las categorías de respuesta en segundo grado en ambas condiciones de presentación

	Presentación oral	Presentación con fichas	Total
Otros tipos de notación	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Notación idiosincrática	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Respeto la cantidad de dígitos	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Cuenta las fichas +/-1	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Omisión de dígitos	0 (0%)	0 (0%)	0 (100%)
Transposición de dígitos	1 (25%)	3 (75%)	4 (100%)
Transcodificación literal completa	25 (63%)	15 (37%)	40 (100%)
Notación compactada	8 (50%)	8 (50%)	16 (100%)
Notación convencional	86 (65%)	47 (35%)	133 (100%)

Resultados por categoría

Otros tipos de notación

La tabla VII ilustra que las respuestas de tipo "otro", que no pudieron ser categorizadas de ningún otro modo, fueron muy poco frecuentes y sólo pre-



158 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167

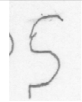

sententes en pre-escolar, con la tarea de tipo presentación con fichas. Podemos especular que sólo en estas circunstancias los niños anotaron números de una manera cuyo patrón de respuestas no pudimos comprender como investigadoras.

TABLA VII
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "otros tipos de notación"

Otros tipos de notación	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
Presentación con fichas	3 (100%)	0 (0%)	0 (0%)
Total	3 (100%)	0 (100%)	0 (100%)

Ejemplos (ver Figura 1):

FIGURA 1
Ejemplos de "otros tipos de notación"

<i>Sophia, Pre-escolar, Presentación fichas:</i>	<i>Gerald, Pre-escolar, Presentación fichas:</i>
	
Treinta con fichas	Ciento veintisiete con fichas

Notación idiosincrática

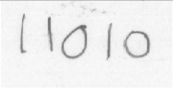
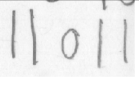
En la tabla VIII podemos ver que las respuestas de tipo idiosincrático también fueron muy poco frecuentes y que sólo se presentaron en primer grado y sólo cuando la presentación fue con fichas. Esto es lógico si pensamos que las fichas son un sistema poco familiar para los niños. Esta categoría puede ser considerada junto con la anterior, ya que en ambas no existe ninguna relación que pudiéramos discernir entre la producción de los niños y la presentación de los números. En pre-escolar las respuestas son de tipo "otro" mientras que en primer grado vemos respuestas donde, a pesar de no haber relación entre la producción y la presentación, el niño presenta un patrón de respuestas típicas. Nuevamente, las fichas, un sistema poco familiar, están asociadas a este tipo de respuestas. La contraparte de esta observación es que sobre todo para los niños más pequeños las presentaciones de tipo oral parecen ser mucho más familiares y no llevan a estos dos primeros tipos de respuesta.

TABLA VIII
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "notación idiosincrática"

Notación idiosincrática	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
Presentación con fichas	0 (0%)	5 (100%)	0 (0%)
Total	0 (100%)	5 (100%)	0 (100%)

Ejemplos (ver Figura 2):

FIGURA 2
Ejemplos de notaciones idiosincráticas

<i>Zion, Primer grado, Presentación fichas:</i>	<i>Zion, Primer grado, Presentación fichas:</i>
	
Mil ciento veintisiete con fichas	Tres mil ciento cuarenta y tres con fichas

Respetar la cantidad de dígitos

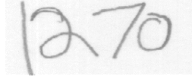
En la tabla IX podemos ver que este tipo de respuesta es muy poco frecuente entre los niños, con un sólo caso en pre-escolar y sólo dos casos en primer grado. Este tipo de respuesta comienza a considerar a la presentación de los números, ya que busca reflejar de algún modo la cantidad convencional de dígitos. Si consideramos a esta categoría como un avance cuando se la compara con las dos anteriores y continuamos con la hipótesis que las fichas son un sistema poco familiar para los niños, tiene sentido que este “logro” sólo pueda darse con la presentación oral en pre-escolar, siempre con la precaución de no generalizar este resultado ya que se trata de un sólo caso.


TABLA IX
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría “respetar la cantidad de dígitos”

Respetar la cantidad de dígitos	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	1 (100%)	0 (0%)	0 (0%)
Presentación con fichas	0 (0%)	2 (100%)	0 (0%)
Total	1 (100%)	2 (100%)	0 (100%)

Ejemplos (ver Figura 3):

FIGURA 3
Ejemplos de notaciones del tipo “respetar la cantidad de dígitos”

<i>Liana, Pre-escolar, Presentación oral:</i>

“Mil ciento veintisiete”

<i>Zian, Primer grado, Presentación fichas:</i>

Doscientos siete con fichas

160 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167

Cuenta las fichas +/-1

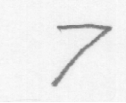
En la tabla X vemos que esta categoría de respuesta se da sólo entre los niños menores, en pre-escolar y primer grado, y con más frecuencia entre los niños de pre-escolar. Esta categoría de respuesta, como la anterior, refleja cierta atención a la presentación del número: los niños toman cada ficha como unidad ignorando su valor, anotando el cardinal de la cantidad de fichas que se le presentan. El hecho que este tipo de respuesta se de con más frecuencia en pre-escolar podría indicar que en primer grado los niños comienzan a atender al valor de las fichas.


TABLA X
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "cuenta las fichas +/-1"

Cuenta las fichas +/-1	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
Presentación con fichas	20 (100%)	7 (100%)	0 (0%)
Total	20 (100%)	7(100%)	0 (100%)

Ejemplos (ver Figura 4):

FIGURA 4
Ejemplos de notaciones del tipo "cuenta las fichas +/-1"

<i>Gerald, Pre-escolar, Presentación fichas:</i>

Cuarenta y tres con fichas

<i>Zion, Primer grado, Presentación fichas:</i>

Cincuenta y tres con fichas

Omisión de dígitos

Los niños de segundo grado no omitieron dígitos en sus respuestas anotadas según muestra la tabla XI. Por el contrario, el patrón de respuestas fue muy diferente para pre-escolar y primer grado. En pre-escolar la omisión de dígitos sólo se dio cuando la presentación de los números se hacía con fichas. Nuevamente, esto estaría reflejando la dificultad que presentan las fichas como sistema de presentación para estos niños.


Ejemplos (ver Figura 5).



Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado / B. M. Brizuela y G. A. Cayton

TABLA XI
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "omisión de dígitos"

Omisión de dígitos	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	0 (0%)	7 (58%)	0 (0%)
Presentación con fichas	13 (100%)	5 (42%)	0 (0%)
Total	13 (100%)	12 (100%)	0 (100%)

FIGURA 5
Ejemplos de notaciones con omisión de dígitos

<i>Gerald, Pre-escolar, Presentación fichas:</i>

Cincuenta con fichas

<i>Amadaliz, Primer grado, Presentación oral:</i>	<i>Zion, Primer grado, Presentación fichas:</i>
	
"tres mil quinientos cuatro"	treinta con fichas

Transposición de dígitos

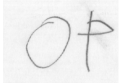
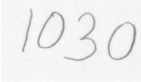


Según nos indica la tabla XII, en pre-escolar y primer grado la transposición de dígitos sólo se da con las presentaciones orales. Esto no quiere decir necesariamente que las presentaciones orales sean un mayor desafío para los niños más pequeños: si tomamos estos datos junto con los que se presentaron en las tablas anteriores, podemos ver que las presentaciones con fichas se asocian con mayor frecuencia con las respuestas presentadas anteriormente, que pueden entenderse como respuestas menos sofisticadas que la transposición de dígitos. En la transposición de dígitos, los niños deben incluir todos los dígitos que corresponden a un numeral, pero ponerlos en posiciones no convencionales. Cabe aclarar que no podemos hacer mayores generalizaciones en cuanto a este patrón de respuestas, dadas las frecuencias bajas en esta categoría de respuesta.

Tabla XII
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "transposición de dígitos"

Transposición de dígitos	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	6 (100%)	2 (100%)	1 (25%)
Presentación con fichas	0 (0%)	0 (0%)	3 (75%)
Total	6 (100%)	2 (100%)	4 (100%)

Ejemplos (ver Figura 6):

162 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167FIGURA 6
Ejemplos de transposición de dígitos

<i>Owen, Pre-escolar, Presentación oral:</i>	
	
"Cuarenta"	
<i>Azul, Primer grado, Presentación oral:</i>	
	
"Mil trescientos"	
<i>Ruby, Segundo grado, Presentación oral:</i>	<i>Mia, Segundo grado, Presentación fichas:</i>
	
"Dos mil ciento uno"	Setecientos sesenta con fichas

Transcodificación literal completa

La transcodificación literal completa (ver Tabla XIII) es más frecuente entre los niños de grados más avanzados. Por otro lado, en primer grado se da con más frecuencia en las presentaciones con fichas, mientras que en segundo grado esto ocurre en las presentaciones orales.

TABLA XIII
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría "transcodificación literal completa"

Transcodificación literal completa	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	6 (100%)	10 (32%)	25 (63%)
Presentación con fichas	0 (0%)	21 (68%)	15 (37%)
Total	6 (100%)	31 (100%)	40 (100%)

Ejemplos (ver Figura 7).

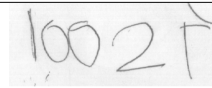
Notación compactada

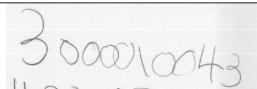
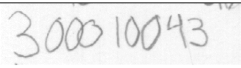
La tabla XIV nos indica que los niños de pre-escolar nunca presentaron notaciones compactadas. En primer grado estas respuestas sólo se dan con presentaciones orales, mientras que en segundo grado se dan con igual frecuencia con ambos tipos de presentación.

Ejemplos (ver Figura 8).

Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado / B. M. Brizuela y G. A. Cayton

FIGURA 7
Ejemplos de transcodificación literal completa

Owen, Pre-escolar, Presentación oral:

“Ciento veintisiete”

Boalvi, Primer grado, Presentación oral:	Zian, Primer grado, Presentación fichas:
	
“Tres mil ciento cuarenta y tres”	Tres mil ciento cuarenta y tres con fichas

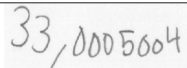
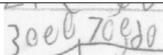
Zian, Segundo Grado, Presentación oral:	Mauri, Segundo grado, Presentación fichas:
	
“Treinta y tres mil quinientos cuatro”	Tres mil setecientos sesenta con fichas

TABLA XIV
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría “notación compactada”

Notación compactada	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	0 (0%)	13 (100%)	8 (50%)
Presentación con fichas	0 (0%)	0 (0%)	8 (50%)
Total	0 (0%)	13 (100%)	16 (100%)

Notación convencional

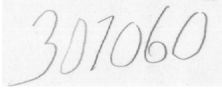
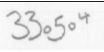
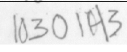
A lo largo de los diferentes grados de escolaridad (ver Tabla XV) hay un cambio en el tipo de presentación que facilita las respuestas de tipo convencional. En pre-escolar, sólo se dan respuestas convencionales con las presentaciones orales; en primer grado se dan con similar frecuencia con ambos tipos de presentación; finalmente, en segundo grado se dan con más frecuencia con la presentación oral.

TABLA XV
Frecuencias y porcentajes por nivel de escolaridad en la categoría “notación convencional”

Notación convencional	Pre-escolar	Primer grado	Segundo grado
Presentación oral	24 (100%)	56 (46%)	86 (65%)
Presentación con fichas	0 (100%)	66 (54%)	47 (35%)
Total	24 (100%)	122 (100%)	133 (100%)

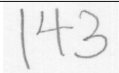
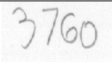

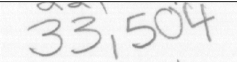
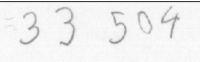
164 *Cultura y Educación*, 2010, 22 (2), pp. 149-167

FIGURA 8
Ejemplos de notación compactada

Azul, Primer grado, Presentación oral:	
	
"Tres mil setecientos sesenta"	
Ruby, Segundo grado, Presentación oral:	Mia, Segundo grado, Presentación fichas:
	
"Treinta y tres mil quinientos cuatro"	Trece mil ciento cuarenta y tres con fichas

Ejemplos (ver Figura 9):

FIGURA 9
Ejemplos de notación convencional

Liana, Pre-escolar, Presentación oral:	
	
"Ciento cuarenta y tres"	
Allegra, Primer grado, Presentación oral:	Sara, Primer grado, Presentación fichas:
	
"Tres mil setecientos sesenta"	Dos mil ciento uno con fichas
Sara, Segundo grado, Presentación oral:	Rosemarie, Segundo grado, Presentación fichas:
	
"Treinta y tres mil quinientos cuatro"	Treinta y tres mil quinientos cuatro con fichas

Conclusiones y discusión

Emprendimos este estudio con el objetivo de explorar el impacto de dos tipos de *presentación* de números en las *producciones* de numerales en los niños, recono-

ciendo que podría haber un impacto diferencial de diferentes sistemas externos de representación del número en las producciones de numerales. A pesar de que no podemos hacer generalizaciones sobre los resultados encontrados, dados los pocos casos recabados, el tamaño pequeño de la muestra y las frecuencias bajas con que se dieron algunas categorías de respuesta, cabe señalar algunos de los patrones que encontramos. Los resultados de nuestro estudio muestran diferencias en el tipo de representación que facilita el logro de la convencionalidad en las respuestas de los niños y que se asocian a diversas respuestas de tipo no convencional. Asimismo, hemos encontrado que existen cambios en dicha diferencia a lo largo de los distintos grados de escolaridad.

Mientras que en los niños de pre-escolar las presentaciones orales tienden a estar asociadas a respuestas convencionales, entre los de segundo grado este tipo de respuestas se asocia tanto con presentaciones orales como con fichas. Por otro lado, en pre-escolar hay una concentración de respuestas no convencionales (otros tipos de notación, contar las fichas y omitir dígitos) con la presentación con fichas, en primer grado de respuestas de tipo idiosincrático, respetar la cantidad de dígitos, contar las fichas, omitir dígitos y de transcodificación literal completa con esta misma presentación, y por último en segundo grado de respuestas convencionales y de transcodificación literal completa con ambos tipos de presentación.

Es también llamativo el hecho que las respuestas de los niños que no responden de ninguna manera a alguna característica del número presentado son muy poco frecuentes. Es decir, las notaciones de tipo "otro" o de tipo idiosincrático fueron muy poco frecuentes; todos los otros tipos de notaciones que producen los niños reflejan una atención por parte del niño a alguna característica de los números presentados: por ejemplo, a la cardinalidad del conjunto de fichas presentado y a la cantidad de dígitos que contiene el numeral.

Nuestros datos confirman los resultados de estudios anteriores (Cayton, 2007; Cayton y Brizuela, 2007; Scheuer *et al.*, 2000; Seron y Fayol, 1994) en cuanto a las respuestas no convencionales de tipo *transcodificación literal completa* y *notación compactada*. A pesar de ser respuestas no convencionales, son respuestas relativamente sofisticadas y que se dan con más frecuencia entre los niños mayores. Son respuestas "erróneas" por ser no convencionales, pero reflejan una conceptualización compleja sobre la estructura, el valor posicional, el cero y la base decimal de nuestro sistema de numeración. Las consecuencias de este resultado son importantes, ya que ponen en perspectiva los tipos de respuesta que dan los niños así como las posibles maneras en que podríamos reaccionar a respuestas no convencionales. Nuestros resultados resaltan que existe un gran y complejo trabajo intelectual que subyace incluso a la posibilidad de responder de un modo no convencional.

Nuestros datos también arrojan luz sobre el impacto de la presentación de ciertos materiales concretos a través de los cuales buscamos re-representar algunas características del sistema de numeración. Las fichas de valores que utilizamos en nuestro estudio se asociaron a una variedad de respuestas no convencionales en los niños más pequeños, lo cual no sucedió con la presentación oral. Las consecuencias de este resultado son importantes. En la escuela, a menudo se introducen sistemas de representación a través del uso de materiales concretos con la intención de *facilitar* la comprensión del sistema de numeración. Sin embargo, como también han encontrado otros investigadores (ver Uttal, Scudder y DeLoache, 1997; Uttal, Liu y DeLoache, 1999), estos supuestos apoyos presentan dificultades, ya que los niños deben apropiarse de sus reglas subyacentes de funcionamiento para realmente comprenderlos. Las relaciones entre sistemas nos parecen transparentes a los adultos, pero para los niños son verdaderamente opacas.

Finalmente, nuestro estudio confirma de algún modo el efecto representacional del que hablan Zhang y Norman (1995): “diferentes representaciones para una estructura abstracta común pueden causar conductas a nivel cognitivo dramáticamente diferentes” (p. 271). Asimismo, nos hacen cuestionar el énfasis en el uso de materiales concretos que tratan de reflejar la estructura del sistema de numeración, dadas las dificultades inherentes al aprendizaje de cualquier sistema de representación nuevo.

Notas

¹ Distinguimos entre número y numeral. Usamos *número* para referirnos a las entidades conceptuales que pueden ser representadas de diferentes maneras, por ejemplo a través de *numerales*, que se refieren a los números anotados. Usaremos *números anotados*, *numerales* y *notaciones* como sinónimos.

² Valonia es una región de Bélgica donde se habla francés.

³ En otros estudios (Alvarado y Ferreiro 2000, 2002; Brizuela, 2004) hemos clasificado como uso de números comodines al intercambio de un dígito por un cero. Sin embargo, dentro del contexto de este estudio no se llevaron a cabo entrevistas clínicas, sino sólo entrevistas semiestructuradas individuales, por lo cual no pudimos explorar las razones por las que los niños usaban ceros en lugar de ciertos dígitos. Ello habría resultado clave para considerar una respuesta como uso de un número comodín.

⁴ No negamos, sin embargo, que podríamos haber elegido otro modo de codificar las respuestas de los niños, si hubiéramos atendido, por ejemplo, al tipo de respuesta con rotaciones que describen Alvarado y Ferreiro (2000, 2002).

Referencias

- ALVARADO, M. (2002). *La construcción del sistema gráfico numérico en los momentos iniciales de la adquisición del sistema gráfico alfabético*. Tesis Doctoral inédita. México: Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV, IPN.
- ALVARADO, M. & FERREIRO, E. (2000). El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años. *Lectura y Vida. Revista Latinoamericana de Lectura*, 21 (1), 6-17.
- ALVARADO, M. & FERREIRO, E. (2002). Four- and five-year old children writing two-digit numbers. En M. A. Pinto (Comp.), *Rivista di Psicolinguistica* (Vol. II-3, pp. 23-38). Pisa: Istituti Editoriali e Poligrafici Internazionali.
- BEDNARZ, N. & JANVIER, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational studies in mathematics*, 13, 33-57.
- BRIZUELA, B. M. (2004). *Mathematical development in young children: exploring notations*. Nueva York: Teachers College Press.
- BRIZUELA, B. M. & EARNEST, D. (2008). Multiple notational systems and algebraic understandings: The case of the “best deal” problem. En J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Comps.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 273-301). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.
- CAYTON, G. A. (2007). *Young children's numerical representations across various modes*. Tesina no publicado. Medford, MA: Tufts University.
- CAYTON, G. A. & BRIZUELA, B. M. (2007). First graders' strategies for numerical notation, number reading and the number concept. En J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park & D.-Y. Seo (Comps.), *Proceedings of the 31st Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 81-88). Seoul: Seoul National University.
- COLE, M. & BRUNER, J. S. (1971). Cultural differences and inferences about psychological process. *American Psychologist*, 26 (10), 867-876.
- FERREIRO, E. & TEBEROSKY, A. (1979). *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*. Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores.
- FREEMAN, N. (1993). Drawing: Public instruments of representation. En C. Pratt & A. F. Garton (Comps.), *Systems of representation in children* (pp. 113-132). Nueva York: Wiley.
- FUSON, K. C. & KWON, Y. (1992). Learning addition and subtraction: effects of number words and other cultural tools. En J. Bideaud, C. Meljac & J. P. Fischer (Comps.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (pp. 283-306). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- GIBSON, J. J. (1979). *The ecological approach to visual perception*. Boston: Houghton Mifflin.
- GOLDIN, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 137-165.
- GOODY, J. (1977). *The domestication of the savage mind*. Nueva York: Cambridge University Press.
- HUGHES, M. (1986). *Children and number*. Cambridge, MA: Blackwell Publishers.
- KAMII, C. (1985). *Young children reinvent arithmetic*. Nueva York: Teachers College Press.
- KAMII, C. (1989). *Young children continue to reinvent arithmetic. 2nd grade. Implications of Piaget's theory*. Nueva York: Teachers College Press.
- KAPUT, J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. En E. von Glasersfeld (Comp.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 53-74). Dordrecht: Kluwer.
- LEE, K. & KARMILOFF-SMITH, A. (1996). The development of external symbol systems: The child as a notator. En R. Gelman & T. Kit-Fong Au (Comps.), *Perceptual and cognitive development: Handbook of perception and cognition* (2^a ed., pp. 185-211). San Diego, CA: Academic Press.
- LÉVI-STRAUSS, C. (1963). *Structural anthropology*. Nueva York: Basic Books.
- MARTÍ, E. (2003). *Representar el mundo externamente: La adquisición infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid: A. Machado Libros.
- MARTÍ, E. & POZO, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: La adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 11-30.

- MIURA, I. T. & OKAMOTO. (1989). Comparisons of U.S. and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding of place value. *Journal of Educational Psychology*, 81 (1), 109-113.
- NUNES CARRAHER, T. (1985). *The decimal system: Understanding and notation*. Contribución presentada a la Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Noordwijkerhout, 22-26 de Julio.
- OLSON, D. (1994). *The world on paper*. Nueva York: Cambridge University Press.
- ONG, W. J. (1982). *Orality and literacy: The technologizing of the world*. Londres: Methuen.
- PEA, R. D. (1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. En G. Solomon (Comp.), *Distributed cognitions* (pp. 47-87). Nueva York: Cambridge University Press.
- POWER, R. J. D. & DAL MARTELLO, M. F. (1990). The dictation of Italian Numerals. *Language and Cognitive Processes*, 5 (3), 237-254.
- ROSS, S. (1986). *The development of children's place-value numeration concepts in grades two through five*. Contribución presentada a la Annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- SASTRE, G. & MORENO, M. (1976). Représentation graphique de la quantité. *Bulletin de psychologie*, 30, 355-366.
- SCHEUER, N. I. (1996). *La construction du système de notation numérique chez l'enfant*. Tesis Doctoral inédita. L'Universite de Geneve, Geneva, Switzerland.
- SCHEUER, N., SINCLAIR, A., MERLO DE RIVAS, S. & TIECHE-CHRISTINAT, C. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 31-50.
- SERON, X. & FAYOL, M. (1994). Number transcoding in children: A functional analysis. *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 281-300.
- SINCLAIR, A. (1988). La notation numérique chez l'enfant [numerical notation in children]. En H. Sinclair (Comp.), *La production de notation chez le jeune enfant* (pp. 71-97). París: Presses Universitaires de France.
- SINCLAIR, A. & SCHEUER, N. (1993). Understanding our written number system: 6 year olds in Argentina and Switzerland. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 199-221.
- SINCLAIR, A. & SINCLAIR, H. (1984). Preschool children's interpretation of written numbers. *Human learning*, 3, 173-184.
- UTTAL, D. H., SCUDDER, K. V. & DELOACHE, J. S. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18, 37-54.
- UTTAL, D. H., LIU, L. L. & DELOACHE, J. S. (1999). Taking a hard look at concreteness: Do concrete objects help young children to learn symbolic relations? En L. Balter & C. Tamis-LeMonda (Comps.), *Child psychology: A handbook of contemporary issues* (pp. 177-192). Filadelfia, PA: Psychology Press.
- VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Comps.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- VYGOTSKY, L. S. (1978). *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- ZHANG, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive science*, 21 (2), 179-217.
- ZHANG, J. & NORMAN, D. A. (1994). Representations in distributed cognitive tasks. *Cognitive Science*, 18, 87-122.
- ZHANG, J. & NORMAN, D. A. (1995). A representational analysis of numeration systems. *Cognition*, 57, 271-295.