ANA TEBEROSKY - MARTA SOLER GALLART
(comp.)

CONTEXTOS DE ALFABETIZACIÓN INICIAL

ICE - HORSORI
Universitat de Barcelona

Capítulo 8

NÚMEROS Y LETRAS: PRIMERAS CONEXIONES ENTRE SISTEMAS NOTACIONALES

Bárbara M. Brizuela
Tufts University

Guión

1. Introducción

Como adultos, distinguimos entre números y letras de manera inequívoca y tratamos de imponer estas distinciones en nuestros niños: los números son para la clase de matemáticas, las letras para la clase de lengua (esto se complica un poco al ingresar en el terreno del álgebra donde el uso de letras debe introducirse en matemáticas). De hecho, otras investigaciones han mostrado cómo los niños, desde una muy temprana edad, pueden distinguir entre distintos sistemas notacionales (Ferreiro y Teberosky, 1979; Teberosky, Martí y García-Milà, 1998; Tolchinsky, 1993; Tolchinsky y Karmiloff-Smith, 1992). Ferreiro y Teberosky (1979), por ejemplo, describen las diferenciaciones que hacen los niños entre dibujos y letras por un lado, y letras y números, por otro. Teberosky, Martí y García-Milà (1998) han encontrado que desde la temprana edad de los 3 años, los niños pueden discriminar y categorizar estímulos correspondientes a diferentes sistemas notacionales, priorizando sus características formales. A esta edad, los niños son capaces de este tipo de diferenciaciones, a pesar de que no puedan intepretar ni usar las notaciones. Estos autores señalan que es alrededor de los 5 años cuando los niños pueden distinguir claramente entre números y letras. Las investigaciones de Tolchinsky (Tolchinsky, 1993; Tolchinsky y Karmiloff-Smith, 1992), desarrolladas desde el punto de vista de la modularidad y del dominio específico, exploran cómo los niños deciden qué combinaciones de elementos *no* sirven para "escribir" y para "contar". En sus investigaciones ha encontrado que, desde los 4 años, los niños pueden distinguir entre números y letras.

El análisis en este capítulo se centrará en *sistemas externos de representación* (Martí y Pozo, 2000). En este capítulo, seguiré una perspectiva opuesta a aquella tomada en las investigaciones mencionadas. Mientras en ellas se analizan las *distinciones y diferenciaciones* que son capaces de hacer los niños, en este capítulo me centraré en las *conexiones y relaciones* que los niños establecen entre diferentes sistemas notacionales, en particular las relaciones y conexiones que establecen entre números y letras. Si a partir de los 3 a 4 años, los niños ya pueden distinguir entre números y letras, ¿no existirán también situaciones en las cuales los niños puedan usar sus conocimientos sobre uno de estos sistemas para desempeñarse en el otro? Por ejemplo,

A. ¿Podrán los niños usar sus conocimientos de la lengua escrita cuando están escribiendo números?
B. Y, ¿podrán los niños usar sus conocimientos de las notaciones matemáticas cuando están escribiendo palabras o letras?

En este capítulo, nos centraremos en la primera de las preguntas, sin ignorar las consecuencias de la segunda. Vale la pena aclarar que del mismo modo que las diferenciaciones y distinciones entre diferentes sistemas notacionales, como números y letras, no son siempre conscientes ni objetos de reflexión para los niños, asimismo tampoco presupongo que las conexiones y relaciones entre números y letras sean conscientes por parte de los niños.

Las investigaciones desarrolladas por Mónica Alvarado en México también exploran este tipo de conexiones entre números y letras (Alvarado, 2002; Alvarado y Ferreiro, 2000). Más específicamente, en su investigación ha comparado "los recortes orales que guían la escritura de palabras con los recortes orales que guían la escritura de números en los mismos niños" (p. 7). Como bien señalan Alvarado y Ferreiro: "deberemos comprender las intricadas relaciones que, en el curso de la evolución, mantienen entre sí los números y las letras: dos sistemas *diferenciados* pero también *relacionados*" (p. 17, hincapié agregado).

En este capítulo nos centraremos en dos ejemplos, el de Paula y el de Tomás, niños de 5 y 6 años respectivamente, que atienden jardines de infantes[1] en un centro urbano en el nordeste de los Estados Unidos de América.

2. Primeras conexiones: el caso de Paula

Durante tres meses, llevé a cabo entrevistas clínicas de tipo piagetiano con Paula[2] (5;0), cada tres semanas. En ese momento, Paula atendía un jardín de infantes en una escuela pública. Paula es la única hija de una familia de clase media, profesional. Es una niña lista, vivaz y alegre, que se relaciona fácilmente con otros niños y con adultos.[3] Cada entrevista duró entre 30 y 45 minutos y fue transcripta en su totalidad. Mi intención era explorar sus ideas sobre el sistema numérico y sus aspectos notacionales. En cada entrevista, presentaba a Paula con diferentes materiales (monedas, papel y lápiz, dados, tarjetas con números impresos) y con preguntas sobre el sistema de numeración y sus aspectos notacionales. En nuestra primera entrevista, por ejemplo, Paula dijo que podía escribir y leer los números del uno al doce, y que podía contar del uno al veintiocho. Paula dijo que sabía los números del uno al doce, "porque los veo siempre en el reloj de mi cocina". Al principio, no parecía haber una coherencia o un patrón sistemático en la manera en que ella interpretaba los números escritos. Podía interpretar un número de una cierta manera (usualmente de un modo no convencional), y al rato leerlo de un modo diferente.

[1] Llamado "Kindergarten". Estos niños, luego de completar un año de jardín de infantes, ingresarán al primer grado de la escuela primaria.
[2] A pedido de la entrevistada, en este capítulo utilizo su verdadero nombre.
[3] Ver Brizuela (1997) para otro análisis de las entrevistas con Paula.

El momento que quisiera recalcar en esta sección occurió durante nuestra tercera entrevista. Durante esa entrevista, Paula no había podido dar interpretaciones convencionales para los números que yo escribía, ni producciones convencionales para los números que yo le pedía que escribiera. Un momento antes del episodio que describiré en detalle, Paula había podido escribir a pedido el número cien convencionalmente. Según Paula, sabía que el 100 decía cien porque tenía ese número escrito en un libro (¡!). Cuando le pregunté si el libro le decía cómo leer y escribir otros números, me dijo que el libro solo tenía números "grandes". Es decir, hasta el momento en cuestión, el único número mayor a 12 que ella había producido e interpretado de un modo convencional, durante nuestras entrevistas, era el número 100. Luego de escribir 100, le pedí a Paula que me dijera cómo interpretaría el número 48 que yo había escrito junto al número 100. La intención de escribir el número 48 era explorar cuál sería la lógica que utilizaría Paula al interpretar números compuestos. Ante este pedido, Paula comienza diciendo:

P: Treinta y uno, treint... (pausa)
B: ¿Qué número puede ser?
P: Cuarenta y ocho.
B: Ese número es cuarenta y ocho (sorprendida). ¿Cómo lo supiste?
P: Porque, es como que yo... yo estaba haciendo así (poniendo sus manitas a los costados de su cabeza como si estuviera pensando), yo estaba pensando en mi mente y estaba haciendo así... (pausa)... que si, que si escribes otro número aquí, escribe otro número aquí (señalando el papel frente a ella).

Aquí, Paula no puede "explicarme", oralmente, cómo ha podido interpretar convencionalmente este número. Por tanto, elige "explicarme" a través de sus acciones. Quizás, la similitud en las interpretaciones de dos números diferentes le fuera útil para poder explicar cómo había logrado la interpretación de 48, un hecho que en su momento me sorprendió mucho, dado que no lo había hecho anteriormente.

B: Bueno (y escribo el número 46).

En su momento, elegí escribir 46 por ser un número que compartía elementos con 48. Pensé que las similitudes entre 46 y 48 ayudarían a Paula a dar una explicación a nivel oral.

P: Estaba pensando así (pone sus manos a los costados de su cabeza y mira el número). Cuarenta y seis (hablando lentamente).
B: Pero, ¿cómo piensas así?
P: Porque lo sé en mi mente.
B: ¿Me enseñarías cómo lo haces, para que yo también lo sepa hacer?
P: Sí, solo...
B: ¿Cómo sabés qué decir?
P: Porque yo solo sé que es, primero digo un cuatro y despues digo un seis, y luego digo: "¡Ah! ¡Cuarenta y seis!"

Paula aquí expresa una similitud que ella ha podido percibir entre los números cuando se encuentran en manera aislada (cuatro-seis) y cuando se los encuentra en números compuestos. Es como si pensara: el 4, por sí solo, es cuatro; pero cuando se lo combina con otro número, deja de ser cuatro y pasa a ser cuarenta. Cuando los números se combinan, mantienen similitudes con los números aislados, pero también tienen otro nombre.

B: ¿Puedo escribir otro número?
P: ¿Y yo pienso cuál es?
B: Sí, para que me enseñes cómo lo haces (escribiendo 31).
P: Ahora, este es un poco difícil.
B: ¿De verdad? Bueno, entonces quizás yo puedo ayudarte.
P: Digo trescientos [sin estar convencida], estoy tratando de pensar mucho. Tres uno.

Nuevamente, Paula muestra cómo ella entiende que hay una similitud entre un 3 presentado por sí solo, y un 3 presentado dentro de un número compuesto, junto con otras cifras. Es el mismo número, pero también es diferente; de allí que tenga un nombre diferente. Si el 3 se encuentra con otro número, no puede seguir llamándose tres.

B: ¿Cuál número puede ser?
P: No sé.
B: ¿Te acuerdas de cuántos años tiene tu mamá?
P: Treinta y cuatro.
B: ¿Sabes cómo escribir su edad?
P: (Escribe treinta y cuatro, ver Ilustración 1[4].)

[4] A lo largo del capítulo sólo incluiré las imágenes de los números escritos por los niños, y no de aquellos escritos por mí, la entrevistadora.

Ilustración 1. El número treinta y cuatro, escrito por Paula

B: Así que tiene treinta y cuatro años. Y ese número, ¿lo lees como tres cuatro?
P: No.
B: ¿Cómo lo lees? ¿Cómo dices ese número?
P: Dices...primero piensas en un tres, y después haces como una letra mayúscula, pero en vez de una mayúscula, un número mayúsculo, así que es treinta y cuatro.

Aquí, Paula comienza a establecer un paralelo entre lengua escrita y números. Establece una similitud entre, por un lado, letras mayúsculas y minúsculas y, por otro, números presentados en forma aislada y en combinación con otros números. Este paralelo, sin embargo, se me escapa al entrevistarla, ya que en su momento no comprendía que quería decirme con "números mayúsculos".

B: Así que este (señalando el número 31, que yo había escrito previamente), ¿cuál número puede ser?
P: Treinta y tres (dubitativa). ¡Treinta y uno!
B: Treinta y uno. Sí (pausa). ¿Te parece que podría ser? ¿Está bien? ¿Ese es el treinta y uno? (intentando confundirla.)
P: ¡Oye! ¡Ahora lo sé! Porque hiciste dos tres (uno en 31, y otro en 34, ver Ilustración 1) en cada uno, y ese es un tres (señalando el 3 en 34, en la Ilustración 1), me acuerdo cómo hacer un tres ahora, ¡y ahora sé cómo hacer treinta y tres!
B: ¿Sabes cómo escribir el treinta y tres? ¿Cuál era éste? (queriendo confundirla, señalando el 31 que yo había escrito previamente.) Estoy confundida.
P: Treinta y tres. ¿Cuál es la mayúscula de tres, en este número? (señalando el número 31 que yo había escrito previamente.)
B: Dijiste, ¿cuánto era éste? (señalando el 31 que yo había escrito previamente.)
P: Otra vez, ¿cuál era la mayúscula de uno?
B: ¿Por qué las llamas mayúsculas?

Finalmente, pude enfocarme en lo que Paula me dice sobre números mayúsculos, pidiéndole una explicación que resultaría sumamente reveladora.

P: ¡¡Treinta!! Y uno.
B: ¿Por qué los llamas números mayúsculos?
P: Letras mayúsculas, y números mayúsculos.
B: ¿Qué son números mayúsculos?
P: Es como, como si yo escribo un número chiquitito, chiquitito (escribiendo la Ilustración 2).

Ilustración 2. Un número chiquitito, chiquitito, escrito por Paula

P: Podría ser un número mayúsculo, podría ser un número chiquitito... en verdad no es así... en verdad es como... mayúscula es otra manera, ésta es una manera de escribir la letra "e", ¿no es cierto? (escribiendo la letra en la Ilustración 3.)

Ilustración 3. Una manera de escribir la letra "e"–la letra minúscula

B: Sí.
P: Y luego ésta es otra manera de escribir una letra "e" (escribiendo la letra en la Ilustración 4). Eso es mayúscula.

Ilustración 4. Otra manera de escribir la letra "e"–la letra mayúscula

B: ¿Cuál es mayúscula?
P: Ésta (señalando la letra en la Ilustración 4).
B: Entonces, ¿cuál de estos es mayúscula? (señalando los dígitos en 31 que yo había escrito y en 34, que Paula había escrito–ver Ilustración 1). ¿De los números?
P: Digo que éste (señalando la letra en la Ilustración 4).
¿De los números?
B: Sí.
P: Treinta y tres. Así que treinta es el número mayúsculo de tres. Y esa es la otra manera de escribir un tres (señalando el 3 en 31).

Luego, Paula siguió explicando cuáles eran las "mayúsculas" de otros números: treinta es la mayúscula de tres, cuarenta de cuatro, sesenta de seis, setenta de siete, ochenta de ocho, y noventa de nueve. Dijo que "no sabía" cuáles eran las mayúsculas de dos y cinco: en inglés, el idioma en el cual se llevaron a cabo las entrevistas, la relación–en la emisión verbal–entre dos y veinte (*two* y *twenty*) y entre cinco y cincuenta (*five* y *fifty*) no es tan obvia para Paula como la de los otros números.[5] En nuestras conversaciones, no menciona la mayúscula del número uno.

Durante nuestras conversaciones, le pido a Paula que vaya más allá del ámbito en el que se siente cómoda. No está satisfecha con llamar a 31 "tres uno"; sabe que ése no es el nombre correcto. Al tratar de proveer una interpretación convencional o por lo menos satisfactoria para ella, elabora la idea de los números mayúsculos. No comienza la entrevista con esta idea ya elaborada, la desarrolla durante la entrevista, para poder proveer una explicación para su interpretación convencional. Podemos intuir que Paula ya sabe, por interacción con el amplio mundo de los números y del sistema gráfico numérico, que un 4 por sí solo no puede llamarse del mismo modo que un 4 combinado con otros números. Establece una relación entre cuatro y cuarenta (y luego tres y treinta).

Existen muchas ideas detrás de los números mayúsculos. En primer lugar, Paula muestra tras su concepto que distingue entre las posiciones que ocupan los diferentes números: no es lo mismo estar en el lugar de las "unidades" (aunque ella no las llame así) que en el lugar de las decenas (se limita a esta diferenciación entre unidades y decenas). La posición que ocupan los números hace de ellos algo diferente. Si sus posiciones son diferentes, deben también llamarse diferente. O bien, puede quizás entender que un número por sí solo no puede llamarse igual que combinado con otros números. El tema de la posición de los dígitos se vuelve importante en el caso de Paula dado que no cambia el nombre de los números en el lugar de las unidades: reserva este cambio de nombres, siempre, a los números en el lugar de las decenas.

[5] Aunque la relación en la emisión oral entre tres y treinta (*three* y *thirty*) no es necesariamente obvia o transparente, el conocimiento de la edad de su madre le ayuda en este momento a establecer la relación y conexión.

En cuanto a lo que nos ocupa en este capítulo, Paula ejemplifica las conexiones que pueden establecer los niños entre sistemas notacionales. Paula ya distingue entre números y letras, lo cual queda constatado cuando al pedirle que escriba números, ella escribe números, y al hablar de letras (mayúsculas y minúsculas), ella escribe letras exclusivamente. Pese a esta diferenciación que ya es capaz de hacer, al construir el concepto del número mayúsculo, "toma prestado" del área de la lengua escrita. Este "tomar prestado" es, en cierta manera, nuestro modo adulto de ver las cosas, ya que para ella quizás forma parte simplemente de su repertorio de conocimiento. Al tratar de resolver el dilema al cual se ve enfrentada, toma de donde puede, sin restringirse necesariamente al ámbito de los números exclusivamente. Es muy probable que todos hagamos esto al construir conocimientos, como lo demostrarán más adelante, algunos ejemplos de la historia de las notaciones matemáticas y musicales.

Cabe señalar que el caso de Paula en cuanto a los números mayúsculos no es único. Varios años después de haber entrevistado a Paula, entrevisté a un niño de 5 años que asistía a un jardín de infantes en la ciudad de México, que presentó ideas bastante similares. Ésta es la conversación que tuve con Ricardo; sus ideas estaban menos articuladas que las de Paula, pero de todos modos para poder distinguir entre distintos "tipos" de números ("grandes" y "pequeños"), utiliza conceptos que para nosotros son del área de la lengua escrita:

B: Por ejemplo, si yo pongo así, y así y así (escribo 3, 33 y 333). Éstos son tres números, ¿sí? Uno, dos, tres números. ¿Alguno de éstos es más?
R: (Asiente.)
B: ¿Cuál?
R: (Señala el 333.)
B: ¿Por qué?
R: Porque son más grandes.
B: ¿Qué son más grandes?
R: Los de tres.
B: ¿Los de tres son más grandes? ¿Por qué?
R: Porque son mayúsculos.

B: ¿Son mayúsculos? ¿Qué son mayúsculos?
R: ... Eso me lo enseñan en mi casa pero ya no me acuerdo.
B: Aaa, pero cuéntame de eso, cuéntame de eso, así yo también sé. ¿Qué te enseñan? ¿Qué son los mayúsculos? ¿Cuál de éstos números es mayúsculo?
R: (Señala el 333.)
B: Éste. ¿Es mayúsculo de cuál?

Mi pregunta a Ricardo se remite a recordar la relación que había establecido Paula entre números aislados y compuestos, donde cada cifra tenía una mayúscula que le correspondía. Sin embargo, Ricardo habla de mayúsculas de un modo ligeramente diferente.

R: Que estos dos (señalando el 33 y el 3).
B: Que estos dos, mmm... éste (señalando el 333) entonces es el que es más. ¿Y cuál es el que es más poquito?
R: (Señala el 3.)
B: Éste. ¿Por qué?
R: Porque nada más es uno.
B: ¿Y éste tiene mayúsculo?
R: Minúsculo.
B: Éste es el minúsculo (señalando el 3), y éste es el mayúsculo (señalando el 333). ¿Sí?
R: (Asiente).

Ricardo llama a los números "pequeños" (de una y dos cifras) minúsculos, y a los números "grandes" (de tres cifras) mayúsculos. Sin embargo, a diferencia de Paula, no establece la relación entre los números y sus nombres: ella señala que treinta es la mayúscula de tres, siempre atendiendo al mismo tiempo a la manera en que se escriben y combinan los números.

El ejemplo de Tomás, que presentaré ahora, ejemplifica otras maneras en que los niños pueden establecer conexiones entre distintos sistemas notacionales.

3. Los puntos y las comas en los números: el caso de Tomás

Tomás[6], un niño de seis años recién cumplidos, asiste al jardín de infantes en una escuela privada religiosa en el mismo centro urbano

[6] Tomás es un seudónimo utilizado para identificar al niño que entrevisté.

en el que vive Paula[7]. Tomás y yo trabajamos juntos durante ocho entrevistas clínicas. Cuando se llevaron a cabo las sesiones, Tomás estaba terminando el Jardín de infantes, y se estaba preparando para ingresar en primer grado. Los padres de Tomás me dijeron, antes de comenzar a trabajar con él, que Tomás había desarrollado mucho interés en los números y las matemáticas durante el último año.

Comencé las sesiones interesada en el pensamiento de Tomás sobre los números escritos y cómo funciona el sistema de numeración escrito. No estaba particularmente interesada en saber cuánto representaban los números escritos para él, o en saber las relaciones que podía establecer entre las notaciones y una colección dada de objetos. En cambio, estaba interesada en comprender el pensamiento de Tomás sobre cómo funciona el sistema de numeración escrito.

En este capítulo me concentraré en el desarrollo del pensamiento de Tomás sobre los puntos y las comas en los números. Estos puntos y estas comas se refieren tanto a los signos de puntuación utilizados para marcar las partes enteras y decimales de un número, como a los puntos y comas que marcan los diferentes valores de posición en un número (como en **2.000**[8] –dos mil–,o en **1.000.000** –un millón). Quisiera señalar que cuando comencé las entrevistas con Tomás, no era mi propósito concentrarme en estos aspectos notacionales. De hecho, me sorprendió el enfoque que Tomás dio a nuestras conversaciones sobre números. Fue Tomás quien eligió esta concentración, debido a las cuestiones relacionadas con las notaciones numéricas con que él estaba lidiando en ese momento.

Quisiera asimismo señalar el carácter inventivo de las ideas desarrolladas por Tomás que construyó sus ideas sobre los puntos y las comas en los números, y como veremos, podríamos decir que re-inventó el uso convencional de los puntos y las comas en los números. Por otro lado, el énfasis en la intersección entre los números y signos de puntuación característicos del lenguaje escrito nuevamente nos llevará a reflexionar sobre las conexiones entre sistemas notacionales planteados en el caso de Paula.

Cuando comenzamos las entrevistas, Tomás escribía y leía números de manera convencional. Podía escribir convencionalmente nú-

[7] Ver Brizuela (en prensa) y Brizuela (2000) para otros análisis de las entrevistas con Tomás.

[8] A lo largo de esta sección, marcaré en negrillas los números tal como fueron escritos durante la entrevista (incluyendo los puntos o las comas que fueron marcados).

meros hasta diez mil, y leer convencionalmente números en los miles (números de cuatro dígitos). Ya desde nuestra primera entrevista, escribió un número con un punto. Cuando le pedí que escribiera un "número muy difícil", escribió mil como 1000 (ver Ilustración 5). Inmediatamente después, Tomás escribió 10.000 como ejemplo de otro número "muy difícil", y me dijo que decía diez mil (ver Ilustración 6).

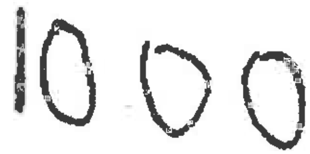

Ilustración 5. Tomás escribe mil –un número muy difícil

Ilustración 6. Tomás escribe diez mil –otro número muy difícil

En su momento, no cuestioné el uso del punto en la escritura de números que hacía Tomás. Interpreté su uso como una aproximación a la producción convencional de números escritos, a pesar de que en inglés –idioma en que se llevaron a cabo las entrevistas– se utiliza la coma y no el punto para agrupar las cifras de tres en tres.

Organizaré mi trabajo con Tomás en dos áreas: el uso de los puntos y las comas para ayudarlo a leer números, y el uso de los puntos y las comas para organizar los números gráficamente. Estas áreas emergieron del análisis de las entrevistas y de mis reflexiones sobre el tipo de trabajo constructivo involucrado en el aprendizaje de Tomás sobre puntos y comas en números. Al describir estas áreas, enfatizaré los aspectos constructivos del aprendizaje, y describiré las similitudes entre el tipo de dilemas y trabajo cognitivos que enfrentaba Tomás y algunos hitos en la historia de las notaciones.

A pesar de que Tomás también usó los puntos y las comas para separar las partes enteras de las decimales en los números, en este ca-

pítulo no me concentraré en este aspecto. Quisiera señalar, sin embargo, que en nuestra primera entrevista estableció una diferenciación entre el uso de puntos para separar las partes enteras y decimales de un número, y su uso para marcar los valores de posición en un número –para agrupar los dígitos en un número. En el primer caso, Tomás confinó sus ejemplos al uso del dinero, en donde el punto separa a "dólares y centavos". En nuestra primera entrevista, escribió **9.91** (ver Ilustración 7) y lo leyó como nueve dólares y noventa y un centavos. Cuando le pregunté sobre el punto en el número que había escrito, Tomás respondió que en **9.91** el punto significaba que la parte a la derecha del punto eran centavos y la parte a la izquierda eran dólares.

Ilustración 7. Nueve dólares y noventa y un centavos, escrito por Tomás

El uso de puntos y comas para ayudar en la lectura de números

En nuestra primera entrevista, Tomás escribió los siguientes números con puntos: **10.000** (ver Ilustración 6), **9.91** (ver Ilustración 7), y **100.1000** (ver Ilustración 8). Leyó estos números como diez mil; nueve dólares y noventa y un centavos; y cien mil, respectivamente. Cuando le pregunté sobre los puntos que estaba escribiendo en los números, dijo que en **10.000** el punto le decía que diez mil era diez mil y no otro número. También me explicó que si **100.1000** no tuviera un punto, entonces se leería como "mil uno" y no como "cien mil". O sea que sin el punto, Tomás no consideraba los últimos tres ceros en **100.1000** como parte del número. En el caso de **9.91**, lo consideró como otro tipo de número, es decir, como dinero.

Ilustración 8. Tomás escribe cien mil

Desde esta primera entrevista, Tomás comenzó a desarrollar sus ideas sobre los puntos en los números. En esta primera entrevista, la principal manera en que pensaba sobre los puntos era como proveyendo una manera de poder *leer* los números. Tomás parecía estar usando los puntos para organizar su *lectura* de los números. Este uso es similar al uso que se le da a los signos de puntuación en lengua escrita, donde las comas y los puntos ayudan en la lectura de textos. Queda como interrogante si el niño ya conocía el uso que se le da a los signos de puntuación en lengua escrita, y estaba "tomando prestado" (lo cual nos recuerda a Paula) del área de la lengua escrita para poder entender, producir e interpretar números escritos.

En las entrevistas siguientes, Tomás continuó elaborando su idea de que los puntos en los números servían para saber qué leer. Por ejemplo, cuando durante nuestra segunda entrevista escribí los números 1.000.000 y 100.000.000.000, Tomás leyó el primero como "uno" y el segundo como "cien cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero". También leyó 1.000 como uno y 1000 como mil. De esta forma, el punto ayuda al lector –Tomás– a decidir cómo leer los dígitos que se colocan a la izquierda del punto: 10.000 es *diez* mil, 1.000 es *uno*. El punto también ayuda al lector a decidir cómo leer los dígitos que se colocan a la derecha del punto: los dígitos a la derecha el punto no se leen (como 1.000 –uno), o se leen de *diferente* manera (como en 9.91, donde los dígitos a la derecha del punto significan centavos en lugar de dólares).

Durante nuestra tercera entrevista, Tomás elaboró una idea muy interesante sobre el uso de los puntos en los números. En un momento durante la entrevista, sugirió no usar ningún punto para escribir el número un billón, y luego exclamó: "Si no hay puntos...¡pero los puntos no *hacen nada*!" Le pregunté para qué eran los puntos, y él explicó: "el punto te dice que pares.... Es como una luz roja. Te dice que pares y leas eso". En esta explicación, Tomás hizo explícita la idea sobre la cual había estado actuando en las dos entrevistas anteriores. Cuando dijo "te dice que pares y leas eso", podemos interpretar que Tomás quería decir que el punto en diez mil (10.000), por ejemplo, le dice que lea la primera parte –diez– y luego que pare. Luego de parar, uno puede leer o decidir qué hacer con el resto del número.

Otro ejemplo del uso de signos de puntuación para ayudar en la lectura de números se dio en la cuarta entrevista. En esa entrevista, Tomás escribió el número siete mil cuarenta como 7040. Cuando escribió este número, le pregunté si podía poner una coma en el número (había estado trabajando con comas y no puntos en ese momento). Tomás escribió 70,40, mientras, simultáneamente, yo escribí

7,040. Cuando noté esta discrepancia, le mostré a Tomás la diferencia entre nuestras escrituras y le pregunté qué pensaba. Me dijo que en 70,40 decía *setenta* mil cuarenta –usando, aparentemente, su regla de parar y leer después del signo de puntuación– y que *siete* mil cuarenta se escribía 7,040. Así, cambió la coma en su escritura y finalmente escribió 7,040.

Un cambio interesante que ocurrió durante nuestra cuarta entrevista fue cuando Tomás comenzó a usar comas, en lugar de puntos, al escribir números. Hacia el final de la cuarta entrevista, Tomás parecía comenzar a rechazar el uso de puntos, y aceptaba, en vez, el uso de comas en números como 1,410 (mil cuatrocientos diez)[9], 7,040 (siete mil cuarenta), 10,000 (diez mil), y 300,010 (trescientos mil diez). Tomás me explicó que los puntos y las comas eran diferentes, aunque no estaba seguro de cómo eran diferentes. Mientras los puntos "te dicen que pares", no sabía qué hacían las comas. Durante el transcurso de nuestra quinta entrevista, Tomás continuó usando exclusivamente comas para escribir y leer números, como en 10,000 (diez mil), 54,005 (cincuenta y cuatro mil cinco) y 700,001 (setecientos mil uno). Sin embargo, en nuestra sexta entrevista, Tomás comenzó a aceptar el uso indistinto de puntos y comas. Aparentemente, pasó del uso exclusivo de puntos, al uso exclusivo de comas, a la posibilidad de usar ambos. En nuestra última entrevista, aceptó que los puntos y las comas podían usarse indistintamente, aunque explicó que seguían siendo levemente diferentes: el punto te dice dónde parar y leer, mientras que la coma "probablemente es solo una pausa...pero no sé si realmente es para una pausa". A pesar de esto, al escribir números, Tomás había comenzado a usar comas casi exclusivamente (como en su escritura de 10,000, 100,000 y 1,000,000). Pero al interpretar números, aceptaba a los puntos y las comas como indistintos (por ende tanto 1.000 como 1,000 podían ser mil y tanto 10.000 como 10,000 podían ser diez mil). De forma similar, en diferentes idiomas, se usan puntos o comas en números escritos con diferentes funciones. En el ámbito del inglés, por ejemplo, se usan las comas para agrupar los dígitos y los puntos para separar las partes enteras de las decimales en los números. En el ámbito del castellano, se utilizan los signos en funciones opuestas: los puntos agrupan a los dígitos y las comas separan partes enteras de decimales en los números. Por ende, los cambios observados en el uso de un signo u otro

[9] Todas las aclaraciones sobre números que aparecen entre paréntesis se refieren a las lecturas/interpretaciones hechas por Tomás.

en Tomás nos recuerdan la verdadera arbitrariedad en la elección de qué signo cumple qué función. Bien podrían usarse dos puntos, o una raya, o una barra.

Las ideas e interpretaciones de Tomás sobre el uso y papel de los puntos y las comas en los números podrían ser similares a sus ideas incipientes en el área de lengua escrita. Que los puntos le dicen "dónde parar" y que las comas le dicen "que haga una pausa" suena vagamente familiar. Esta "similitud", sin embargo, no debería significar de ninguna manera que Tomás no puede distinguir entre lengua escrita y números escritos. Debido a que está aprendiendo ambos sistemas a la vez, sus ideas sobre uno pueden naturalmente solaparse a otra área. Será interesante explorar, más adelante en este capítulo, que los signos de puntuación tuvieron usos similares en la historia temprana de las notaciones musicales y en la lengua escrita a los usos que describió Tomás para los números escritos (Treitler, 1982).

Tomando las similitudes con la lengua escrita, los signos de puntuación no sirven sólo para ayudar en la lectura de textos. Ellos también cumplen la función de *organizar* los textos. Veremos, en el próximo apartado, cómo también Tomás utiliza los puntos y las comas no sólo para ayudarlo a leer números.

El uso de puntos y comas para organizar números gráficamente

Además de usar los signos de puntuación para ayudarle a leer números, Tomás también empezó a usar puntos y comas para organizar gráficamente a los números. El uso de los signos de puntuación para la lectura y la organización gráfica de los números no está disociado, como veremos. La *organización gráfica consistente* a través del uso de puntos y comas fue una *ayuda para la lectura* de números de Tomás.

Durante nuestras dos primeras entrevistas, Tomás hizo explícitas algunas de sus ideas sobre la organización gráfica de números. En ese momento no era obvio para mí que esto era lo que él estaba haciendo. Por ejemplo, comenzó leyendo grupos de dos ceros como "cien". De esta manera, Tomás leyó el número 10.00 como "diez cien". Los grupos de dos ceros eran "cien", probablemente porque el número cien tiene dos ceros. Por otra parte, grupos de dos o tres ceros –los "*sets* de ceros" como llegó a llamarlos–, estaban divididos por puntos y los puntos le decían cómo leer esos *sets* de ceros. Un set de dos ceros, por ejemplo, era leído como "cien", mientas que un grupo de tres ceros era leído como "mil". Los tres ceros eran llamados mil probablemente porque el número mil contiene tres ceros.

Durante nuestra cuarta entrevista, Tomás dio otros ejemplos del uso que hizo de los signos de puntuación para organizar números. Durante esta cuarta entrevista, Tomás fue muy consistente en su uso de puntos, y luego de comas, usándolos para dividir a los números en grupos de tres dígitos. Por ejemplo, cuando Tomás escribió siete mil cuarenta como 7040 y decidió poner una coma después de los primeros dos dígitos desde la izquierda (o sea, 70,40), luego cambió su escritura a 7,040. Insistió que si el número debía ser *siete* mil en lugar de *setenta* mil, entonces la coma debía estar en esta última posición. Éste es un ejemplo del uso simultáneo que hizo Tomás de signos de puntuación para *leer números* y *organizarlos gráficamente*.

Tomás continuó elaborando la idea de los "*sets*" de ceros en un número, que había comenzado a desarrollar en las dos primeras entrevistas. En esta cuarta sesión, habló de los "*sets*" de ceros como grupos de tres dígitos. Por ejemplo, cuando comparó mi escritura de un billón (1,000,000,000) con su escritura de cinco millones (5000,000,000), me dijo que el número que *yo* había escrito era un *millón* porque "le falta un set de ceros". Ésta fue una manera muy gráfica de agrupar los dígitos y se refería una vez más a cómo usaba los signos de puntuación para organizar los números. Tomás me dijo que "millón" tenía tres *sets* de ceros y que, por lo tanto, "billón" tenía que tener un set de ceros más que millón. Según él, un billón debía ser escrito como 1,000,000,000,000.

Luego, durante nuestra quinta entrevista, cuando Tomás trató de escribir el número diez mil, escribió 10 000, dejando un espacio entre los dos dígitos desde la izquierda y el grupo de tres dígitos a la derecha.[10] Me explicó que había dejado un espacio después del 10, "en lugar de poner una coma". En este intercambio, Tomás también estaba tratando de organizar gráficamente de alguna manera el número.

Luego, durante nuestra siguiente entrevista, Tomás estaba trabajando con tarjetas con números escritos en ellas, tratando de ordenarlas desde los números que son "menos" hasta los que son "más". Tenía una tarjeta con la escritura 10.00. Cuando tuvo que decidir dónde poner la tarjeta en la serie, Tomás dijo:

> T: Es diez cien...esto es mil, porque no hay tal cosa como diez cien, así que tiene que ser mil.

[10] Cajori (1928) explica que, en 1540, el matemático Gemma Frisius dejaba espacios entre grupos de tres dígitos en lugar de usar signos de puntuación.

Tomás estaba usando el punto para decirle cómo *leer* el número. También estaba pensando en grupos de dos ceros como representando "cien". En este caso, la perspectiva de Tomás de usar puntos para leer números entra en conflicto con su nuevo método de organizar números gráficamente en "*sets*" de tres dígitos. Como estaba escrito, el número debía ser "diez cien". Pero debido a los "*sets* de ceros" que tenía, debía en realidad, ser mil. Sin embargo, mil es de hecho lo *mismo* que diez (veces) cien, en términos de cantidad, si reorganizamos los "*sets*" en el número. Las ideas de Tomás sobre el uso de puntos en números y sobre *sets* de dígitos deberán ser coordinadas con otro aspecto del sistema de numeración: el valor posicional. Una vez que las ideas de Tomás se conecten al valor posicional, puede no encontrarlas conflictivas sino como dos aspectos diferentes del mismo sistema de numeración escrito. De esta manera, podrá ver a 10.00 y a 1.000 tanto como diez cien, como mil, la lectura convencional del número.

La lectura de Tomás de 10.00 como necesariamente mil también puede ser tomada como un ejemplo de su necesidad de ajustarse a una lectura y escritura convencional de los números. Podemos imaginarnos que en algún momento de su desarrollo, Tomás podría aceptar que mil podría ser reorganizado en diez cien, haciendo posible su lectura de 10.00 como diez cien. A pesar de que 10.00 debería ser diez cien siguiendo su regla del uso de los puntos en los números para saber dónde parar y leer, él nunca antes había escuchado la lectura de diez cien y, por lo tanto, usó los "*sets*" de cero para guiarlo a saber que este número era mil. Parece que Tomás estaba pensando en cuántos ceros tienen los números –cuántos *sets* de ceros– para decidir qué número era. En su interpretación de 10.00, Tomás osciló entre usar el punto para decirle cómo leer el número y usar el punto para organizar el número gráficamente en *sets* y, finalmente, se restringió al uso del punto para agrupar *sets* de tres dígitos. Cuando continuó ordenando las tarjetas con números escritos en ellas, Tomás puso 1.000 y 1000 juntos, como el mismo número. Tomás también quería poner a 10.00 junto a estos números, y pedí a Tomás que justificara su decisión. Tratando de adaptarse a este pedido, cambió este número a 10.000, tachando el cero a la izquierda del punto y agregando un cero al final del número. Tomás dijo: "si sólo pongo un cero acá [en el extremo derecho del número] sería *diez* mil, así que tienes que tachar el cero acá [a la izquierda del punto] [para tener mil]". Este parece ser un ejemplo en el que trataba de combinar el uso de puntos y comas para *leer* números con su nueva idea sobre *sets* de ceros y su uso de los signos de puntuación para organizar gráficamente los números.

Mientras que en la entrevista anterior Tomás había decidido que 1,000,000 debía ser leído como "tres ceros más que mil", en esta sesión comenzó a llamar a este número "mil mil"[11]. Luego, durante nuestra séptima entrevista, al presentarle el número escrito 10000, le pregunté:

> B: Si tuvieras que poner una coma [en 10000], ¿dónde la pondrías?
> T: Aquí [agregando una coma a 10000, transformándolo en 10,000]. Pero entonces tendría que ser diez mil.

Nuevamente, Tomás usó los signos de puntuación –la coma, en este caso– para organizar al número en *sets* de tres dígitos, y para leer el número. Durante nuestra última entrevista, cuando escribí el número 10,0000, primero lo miró y contó el número de ceros, agregó un cero entre el primer y segundo cero desde la izquierda, y corrió la coma. Acabó con el número 1000,000 y dijo que este número era mil pero que lo podría cambiar a un millón agregando una coma, acabando con 1,000,000[12]. Al final de esta sesión, Tomás escribió el número 5,000,000 y lo leyó como "cinco millones", y luego escribió 4,000,000,000 y lo leyó como "cuatro mil millones". Éstos son otros ejemplos del uso que Tomás hizo de los signos de puntuación para organizar a los números en *sets* de tres dígitos. Aunque no siempre usaba los nombres convencionales para los números, seguía siendo consistente en los nombres que daba a los números, enfocándose en la progresión de "*sets* de ceros".

En síntesis, los dos temas principales en el uso de signos de puntuación que hizo Tomás fueron el uso para ayudarse a leer números y el uso para organizar a los números gráficamente. Estos dos temas son similares a los temas que surgen en el uso de signos de puntuación en la historia de las notaciones numéricas, de la lengua escrita y de las notaciones musicales. Como en el ejemplo de Paula, en Tomás y en la historia de las notaciones, los límites entre distintos tipos de notaciones no es tan estricto como quisiéramos pensar.

En la producción e interpretación de números, Tomás incorpora signos y usos de signos que son propiamente del área de la lengua escrita. Es probable que Tomás haya visto anteriormente números es-

[11] Nuevamente, si entendiera el sistema de valor posicional, podría entender que en efecto un millón es lo mismo que "mil miles".

[12] Podríamos, en este momento, preguntarnos si el uso de los puntos y comas en los números estaba ayudando a Tomás, de alguna manera, a comprender la equivalencia entre "mil miles" y "un millón".

critos con puntos y con comas. Esta información, junto con información "prestada" de la lengua escrita, es coordinada en un uso extremadamente útil y productivo de los signos de puntuación en los números: para ayudar en su lectura y para agruparlos gráficamente.

Los orígenes históricos de los usos de los signos de puntuación en los números

Un análisis de los orígenes históricos de los usos de los signos de puntuación (como los puntos y las comas) en los números, nos lleva a reflexiones interesantes en torno al uso que hace de ellos Tomás. Parecen haber habido dos usos distintos de los signos de puntuación en la historia de las notaciones numéricas: para agrupar los dígitos en los números (como en los "*sets* de ceros" de Tomás) y para marcar las partes enteras y decimales de los números (Cajori, 1928). Cajori explica que "en la escritura de números que contienen muchos dígitos es deseable tener un símbolo para separar los números en grupos de tres dígitos" (1928, p. 57). Los diferentes símbolos usados a lo largo de la historia de las notaciones numéricas para agrupar números en grupos de dígitos han sido, con mayor frecuencia, los puntos, las comas, las barras verticales, los arcos, los dos puntos y el punto y coma. Por lo tanto, el uso de puntos y comas por parte de Tomás tiene un paralelo en las observaciones hechas en la historia de las notaciones numéricas.

Los textos de historia sobre notaciones numéricas raramente reflejan los tipos de obstáculos cognitivos que se encontraron y que eventualmente llevaron al uso de signos de puntuación en los números. Sin embargo, si asumimos que el uso que hizo Tomás de los signos de puntuación en los números es similar al uso que él podría hacer de ellos en lengua escrita, podríamos recurrir a reflexiones contemporáneas e históricas sobre el uso de signos de puntuación en la lengua escrita. Por ejemplo, Ferreiro (Ferreiro y Zucchermaglio,1996; Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira y García Hidalgo, 1996) explica que existe una teoría sobre la puntuación como un "lugar de respiración" natural, que invade tanto a las escuelas como a la historia de la lengua escrita. De hecho, Parkes (1992) ha llamado a esto una "gramática de la legibilidad". Los signos de puntuación ayudan a los lectores; de hecho, el uso de los signos de puntuación se originó en los lectores –no los escritores– como una guía para la interpretación (Parkes, 1992; Cavallo y Chartier, 1999; Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira y García Hidalgo, 1996). Como Parkes

(1992) explica, los signos de puntuación ayudan a los lectores a comprender un texto, marcando las unidades de sentido en el texto.

Ferreiro señala el uso de los signos de puntuación a través de la evolución de la escritura como *organizadores de textos* y como una *manera de limitar las posibles interpretaciones de los lectores* (Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira y García Hidalgo, 1996). Estos usos son muy similares a los usos que hizo Tomás de los signos de puntuación en números para *organizarlos gráficamente* y para *ayudar su lectura de los números*. En Tomás, la organización gráfica de los números tiende hacia la agrupación en grupos de tres dígitos –en "*sets*".

Una exploración de algunas instancias en la historia de las notaciones musicales en Occidente revela los paralelismos entre el uso de los signos de puntuación en la lengua escrita y en las notaciones musicales. Por lo tanto, también señala el paralelismo entre las ideas de Tomás sobre signos de puntuación en números y su uso en la lengua escrita y en las notaciones musicales. Por ejemplo, un historiador, alrededor del año 1.100 A.D., explica:

> Así como en la prosa se reconocen tres tipos de distinciones, que también se llaman "pausas" –los dos puntos, la coma y el punto– también así es en el canto. En la prosa, cuando uno hace una pausa al leer en voz alta, se llama dos puntos; cuando la oración se separa por un signo de puntuación correcto, se llama coma; cuando una oración se termina, se llama punto... De un modo similar, cuando un canto hace una pausa, permaneciendo en la cuarta o quinta nota antes del final, hay dos puntos; cuando a mitad del canto regresa al final, hay una coma; cuando llega al final, hay un punto (Johannes, citado en Treitler, 1982, p. 269-270).

Mientras que existen similitudes entre el uso de los signos de puntuación en la lengua escrita y en su uso por parte de Tomás en los números, también existen similitudes paralelas entre el uso de signos de puntuación en la lengua escrita y en la historia de las notaciones musicales. Por otra parte, Treitler (1982) explica que "los signos de notación [musicales] y los signos de puntuación juegan un papel similar en guiar al cantor/lector a dar sentido a un texto" (p. 270).

Es importante señalar, a modo de cierre, la manera en que los conocimientos elaborados por Paula y Tomás se enfocan en tratar de proveer interpretaciones para los números. Cada uno siente que debe estar cómodo con la interpretación que da a un número. Parte de esta satisfacción puede radicar en una comparación entre sus interpretaciones y el conocimiento acumulado de las convenciones con las cuales interactúan. Al interactuar día a día con números, se dan cuenta de que nunca han escuchado un nombre de número como tres-uno. Sí han escuchado trescientos, o treinta. Estos conocimientos anteriores los guían y ayudan en la elaboración de nuevos conocimientos.

4. Reflexiones

En este capítulo, hemos visto cómo, tanto Paula como Tomás, ejemplifican algunas formas en que los límites entre sistemas notacionales (numéricos y lengua escrita, en sus casos) se confunden y borran levemente a la hora de resolver ciertos conflictos y problemas. Para elaborar, construir y desarrollar sus ideas sobre notaciones numéricas, Paula recurre a las mayúsculas; Tomás, a los signos de puntuación. Es bien sabido que los niños desde temprana edad son capaces de realizar diferenciaciones entre sistemas notacionales. Sin embargo, los niños también deben poder encontrar similitudes, y coordinar algunas de esas similitudes. Como señalé al principio del capítulo, no quiero decir que estas coordinaciones e identificación de similitudes deban ser conscientes para los niños. Simplemente, como los músicos y matemáticos de antaño, los niños recurren al repertorio existente de conocimientos, sin hacer distinción del sistema notacional al cual pertenece ese conocimiento. Las conexiones entre sistemas notaciones existen, como dan fe de ello Paula y Tomás. Futuras investigaciones deberán tratar de responder, con mayor exactitud, "las intricadas relaciones que, en el curso de la evolución, mantienen entre sí los números y las letras: dos sistemas *diferenciados* pero también *relacionados*" (Alvarado y Ferreiro, 2000, p. 17, hincapié agregado).

Capítulo 9

ALFABETIZACIÓN "EN" Y "A TRAVÉS" DE LAS CIENCIAS.

Mercè Garcia-Milà
Universidad de Barcelona

Guión

1. Introducción

En la línea de los nuevos planteamientos de alfabetización científica desde edades muy tempranas, el presente capítulo tiene como