



Aprendizaje de niños y maestros

Hacia la construcción
del sujeto educativo

Nora Emilce Elichiry

(compiladora)

manantial

ALGUNAS IDEAS SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN ESCRITO EN NIÑOS PEQUEÑOS

BÁRBARA M. BRIZUELA

Quisiera comenzar describiendo tres ideas que invaden los trabajos sobre aprendizaje del conocimiento matemático, y en particular el aprendizaje del sistema de numeración escrito. Ésta es una caracterización superable, y no pretende ser comprensiva ni completa. Por otro lado, estas tres ideas están conectadas entre sí.

La primera idea asume que los niños comienzan a pensar y a aprender sobre notaciones cuando comienzan su escolarización. La segunda idea que deseo caracterizar es que los niños aprenderán a "leer y escribir números" a medida que desarrollen conceptos numéricos. La tercera idea que quisiera analizar es que el aprendizaje del sistema de numeración escrito en los niños está totalmente desvinculado del desarrollo del conocimiento matemático.

Hermine Sinclair (1983, pág. 9) explica en relación con la primera idea que presenté --que el aprendizaje y el pensamiento sobre las notaciones comienza con la escolarización-- que "La idea de que los niños no han pensado sobre los números escritos antes de que se les enseñe en la escuela o en el hogar, es bastante común". Como seres humanos, estamos rodeados de información escrita sobre números desde una edad muy temprana: en propagandas, en el dinero, en libros y en la televisión. Sería muy ingenuo pensar que como seres humanos podemos ignorar los aspectos escritos de los números hasta que sean "enseñados" en la escuela. Es muy diferente comprender la relación entre las notaciones numéricas y las cantidades o conceptos que ellas representan que suponer que los niños pueden desarrollar ideas sobre los números escritos como objetos conceptuales (véanse Tolchinsky, 1993; Tolchinsky y Karmiloff-Smith, 1992).

La segunda idea que caractericé —que los niños aprenderán a “leer y escribir números” a medida que desarrollen conceptos numéricos— asume que los números escritos se aprenderán como consecuencia del desarrollo de los conceptos numéricos (Kamii, 1985, 1989). Una vez más, mi posición es que el aprendizaje de las notaciones en los niños no ocurre después de que los niños aprenden los conceptos numéricos. El sistema de numeración escrito es una especie de materialización de los conceptos, y ambos aprendizajes probablemente ocurren simultáneamente (véase Lerner y Sadovsky, 1994).

La tercera idea que describí —que el aprendizaje del sistema de numeración escrito en los niños está totalmente desvinculado de su desarrollo del conocimiento matemático— implica que la apropiación de los números escritos se circunscribe a un ejercicio de tipo perceptivo motor, en el cual lo que los niños deben aprender es a hacer las formas y a reconocer los numerales. Desde esta tercera perspectiva, el conocimiento sobre las notaciones numéricas se relaciona con el aprendizaje de formas gráficas, y con los ejercicios sensorio motrices necesarios para poder escribir los números. Podemos encontrar ejemplos de esta perspectiva en muchos textos de matemáticas para niños en los primeros años de su escolarización (por ejemplo, Heath, 1988; Silver Burdett Ginn, 1995). Al pedirles a los niños que conecten los puntos, o que repitan página tras página de grafismos, se asume que los niños aprenderán, eventualmente, a “leer y escribir números”.

Estas ideas y perspectivas ignoran los aspectos constructivos involucrados en el aprendizaje de las notaciones numéricas. En contraposición, y en consonancia con perspectivas representadas por Lerner y Sadovsky (1994), Sastre y Moreno (1976), Sinclair (1988) y Tolchinsky (1993) en el área de las matemáticas, y por Ferreiro y Teberosky (1979) en el área de la lengua escrita, mi posición será que hay un importante trabajo constructivo involucrado en el aprendizaje del sistema de numeración escrito en los niños. Asumo que existe un objeto socialmente constituido —el sistema de numeración escrito— y que los niños construyen una serie de ideas sobre este sistema. Los niños desarrollan sus propias interpretaciones sobre el sistema de numeración escrito y sobre la lógica que le subyace, incluso antes de ingresar en la escuela. De este modo, asumo que las notaciones numéricas son apropiadas constructivamente. También asumo que las preguntas acerca de los aspectos constructivos del aprendizaje de las notaciones numéricas son las más interesantes e importantes. Veinte años después de que la naturaleza constructiva del proceso de aprendizaje de la lengua escrita fue descrita primero (Ferreiro y Teberosky, 1979) en el área de los números, permanecemos ignorantes sobre cómo se apropian los niños de las notaciones numéricas (véase Ferreiro, 1996).

Desde la perspectiva que estoy adoptando, no estoy diciendo que la construcción de los aspectos escritos del número puede ocurrir separadamente de la

construcción de los aspectos conceptuales. Estos aspectos van de la mano. Las notaciones juegan un rol muy importante en la adquisición de los conceptos numéricos (Lerner y Sadovsky, 1994). Sin embargo, cuando investigaciones anteriores han separado estos aspectos, han tendido a ignorar los aspectos escritos, otorgando a los aspectos conceptuales un rol protagónico, o han circunscripto el aprendizaje de las notaciones numéricas a un ejercicio de tipo perceptivo motor. Por otro lado, tampoco deseo plantear que no han habido estudios que hayan considerado el trabajo operativo que existe en el aprendizaje de la numeración escrita. Sin embargo, estos estudios no han terminado de describir, sistemáticamente, cuál es ese trabajo operativo.

Los principales puntos que quisiera poder transmitirles en este capítulo son los siguientes:

- Por un lado, tenemos que darle un lugar al sistema de notación numérico en la génesis del conocimiento matemático. Los niños no desarrollan primero sus ideas sobre los conceptos numéricos, y luego sus ideas sobre el sistema de numeración escrito. Los niños no llegan a la escuela como una tabula rasa en cuanto a su conocimiento sobre el sistema de numeración escrito.
- Por otro lado, el aprendizaje sobre el sistema de numeración escrito no es automático sino que conlleva un trabajo constructivo.
- ¿Cuáles son las hipótesis que construye el niño alrededor de la numeración escrita? Es decir, cuál es el trabajo operativo involucrado en la apropiación de la numeración escrita en los niños.
- Lo que nos preguntamos es *cómo* ocurre la génesis y construcción del sistema de numeración escrito en los niños. Aunque algunos estudios puedan considerar que existe un trabajo constructivo/operativo en la apropiación del sistema de numeración escrito, igualmente no intentan describir cuál es ese trabajo operativo, qué tipo de hipótesis se generan, o sea en general cómo es ese proceso. Ése es un recorrido y un camino a seguir una vez planteada esta postura.
- No podemos responder a esta última pregunta, pero debemos escuchar y atender a los niños en sus ideas sobre la numeración escrita para poder comenzar a responder a esa pregunta.

Para apoyar esta postura, quisiera compartir datos de un niño llamado Tomás, con quien trabajé en entrevistas clínicas aspectos relacionados con el sistema de numeración escrita.

TOMÁS

En el caso de Tomás, un niño de seis años, quisiera describir algunas de las ideas que inventó mientras aprendía algunos aspectos de la numeración escrita. Tomás y yo trabajamos juntos durante ocho entrevistas clínicas. Concurría a una escuela privada en las afueras de Boston, Massachusetts, Estados Unidos. Cuando se llevaron a cabo las sesiones, a principios de 1998, acababa de cumplir seis años, estaba terminando preescolar, y se estaba preparando para ingresar a primer grado. Los padres de Tomás me contaron, antes de comenzar a trabajar con él, que había desarrollado un gran interés en los números y las matemáticas durante el último año.

Comencé las sesiones interesada en el pensamiento de Tomás sobre los números escritos y cómo funciona el sistema de numeración escrito. No estaba particularmente interesada en saber cuánto representaban los números escritos para él, o en saber las relaciones que podía establecer entre las notaciones y una colección dada de objetos. En cambio, deseaba comprender su pensamiento acerca de cómo funciona el sistema de numeración escrito.

Aquí, me concentraré en el desarrollo del pensamiento de Tomás sobre los puntos y las comas en los números. Estos puntos y estas comas se refieren tanto a los signos de puntuación utilizados para marcar las partes enteras y decimales de un número, como a los puntos o comas que marcan los diferentes valores de posición en un número (como en 2.000 o 1.000.000). Quisiera señalar que cuando comencé las entrevistas con Tomás, no era mi propósito concentrarme en estos aspectos de notación. Fue Tomás quien eligió esta concentración, debido a las cuestiones relacionadas con las notaciones numéricas con que él estaba lidiando en ese momento.

Quisiera destacar, principalmente, el carácter inventivo de las ideas desarrolladas por Tomás. Construyó sus ideas sobre los puntos y las comas en los números, y, como veremos, podríamos decir que reinventó el uso convencional de los puntos y las comas en los números.

Cuando comenzamos las entrevistas, Tomás escribía y leía números de manera convencional. Podía escribir números hasta diez mil, y leer convencionalmente números en los miles (números de cuatro dígitos). En nuestra primera entrevista, escribió un número con un punto. Primero, cuando le pedí que escribiera un "número muy difícil", escribió mil como 1000. Inmediatamente después, escribió 10.000 como ejemplo de otro número "muy difícil", y me dijo que decía diez mil.

Organizaré mi trabajo con Tomás en dos áreas: el uso de los puntos y las comas para ayudarlo a leer números, y el uso de los puntos y las comas para organizar los números gráficamente. Estas áreas emergieron del análisis de las entrevistas y de mis preguntas sobre el tipo de trabajo constructivo involucrado

en su aprendizaje sobre puntos y comas en números. Al describir estas áreas, enfatizaré los aspectos constructivos del aprendizaje, y describiré las similitudes entre el tipo de dilemas y trabajo cognitivos que enfrentaba Tomás y algunos hitos en la historia de notaciones como la numeración escrita.

A pesar de que Tomás también usó los puntos y las comas para separar las partes enteras de las decimales en los números, en este capítulo no me concentraré en este aspecto. Quisiera señalar, sin embargo, que en nuestra primera entrevista Tomás estableció una diferenciación entre el uso de puntos para separar las partes enteras y decimales de un número, y su uso para marcar los valores de posición en un número —para agrupar los dígitos en un número. En el primer caso, Tomás confinó sus ejemplos al uso del dinero, en donde el punto separa a "dólares y centavos". En esta primera entrevista, Tomás escribió 9.91 y lo leyó como nueve dólares y noventa y un centavos. Cuando le pregunté sobre el punto en el número que había escrito, me respondió que en 9.91 el punto significaba que la parte a la derecha del número eran centavos y la parte a la izquierda eran dólares.

El uso de puntos y comas para ayudar en la lectura de números

En nuestra primera entrevista, Tomás escribió los siguientes números con puntos: 10.000, 9.91, y 100.1000, y los leyó como diez mil, nueve dólares y noventa y un centavos, y cien mil, respectivamente. Cuando le pregunté sobre los puntos que estaba escribiendo en los números, respondió que en 10.000 el punto le decía que diez mil era diez mil y no otro número. También me explicó que si 100.1000 no tuviera un punto, entonces se leería como "mil uno" y no como "cien mil". O sea que sin el punto, Tomás no consideraría los últimos tres ceros en 100.1000 como parte del número. En el caso de 9.91, Tomás lo consideró como otro tipo de número, es decir, como dinero.

Desde esta primera entrevista, Tomás comenzó a desarrollar sus ideas sobre puntos en números. En esa oportunidad, la principal manera en que pensaba sobre los puntos era como proveyendo una manera de poder leer los números. Tomás parecía estar usando los puntos para organizar su lectura de los números.

En las entrevistas siguientes, continuó elaborando su idea de que los puntos en los números servían para decirle qué leer y qué considerar al leer números. Por ejemplo, cuando durante nuestra segunda entrevista escribí los números 1.000.000 y 100.000.000.000, Tomás leyó el primero como "uno" y el segundo como "cien cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero, cero". También leyó 1.000 como uno y 1000 como mil. De esta forma, el punto ayuda al lector —Tomás— a decidir cómo leer los dígitos que se colocan a la izquierda del punto: 10.000 es diez mil, 1.000 es uno. El punto también ayuda al lector a decidir cómo leer los dígitos que se colocan a la derecha del punto: los dígitos a la dere-

cha del punto o no se leen (como 1.000 –uno–), o se leen de *diferente* manera (como en 9.91, donde los dígitos a la derecha del punto significan centavos en lugar de dólares).

Durante nuestra tercera entrevista, Tomás elaboró una idea muy interesante sobre el uso de los puntos en los números. En un momento de la entrevista, sugirió no usar ningún punto para escribir el número un billón, y luego exclamó: “Si no hay puntos... ¡pero los puntos no *hacen nada!*” Le pregunté para qué eran los puntos entonces, y explicó: “El punto te dice que pares... Es como una luz roja. Te dice que pares y leas eso”. En esta explicación, hizo explícita una idea sobre la cual había estado actuando en las dos entrevistas anteriores. Cuando dijo “Te dice que pares y leas eso”, Tomás quería decir que el punto en diez mil (10.000), por ejemplo, le dice que lea la primera parte –diez– y luego que pare. Después de parar, uno puede leer o decidir qué hacer con el resto del número.

Otro ejemplo del uso de signos de puntuación para ayudar en la lectura de números se dio en la cuarta entrevista. En esa entrevista, Tomás escribió el número mil cuarenta como 7.040. Cuando escribió este número, le pregunté si podía poner una coma en el número (había estado trabajando con comas y no puntos en ese momento). Escribió 70,40, mientras yo, simultáneamente, escribí 7,040. Cuando noté esto, le mostré la diferencia entre nuestras escrituras y le pregunté qué pensaba. Me dijo que 70,40 decía *setenta* mil cuarenta –usando, aparentemente, su regla de parar y leer después del signo de puntuación– y que *siete* mil cuarenta se escribía 7,040. Así, cambió la coma en su escritura y escribió 7,040.

Un cambio interesante que ocurrió durante nuestra cuarta entrevista fue que Tomás comenzó a usar comas, en lugar de puntos, al escribir números. Hacia el final de la cuarta entrevista, parecía que comenzaba a rechazar el uso de puntos, y aceptaba en su reemplazo el uso de comas en números como 1,410 (leído por él como mil cuatrocientos diez), 7,040 (siete mil cuarenta), 10,000 (diez mil), y 300,010 (trescientos mil diez). Me explicó que los puntos y las comas eran diferentes, aunque no estaba seguro de cómo eran diferentes. Mientras los puntos “te dicen que pares”, no sabía qué hacían las comas. Durante el transcurso de nuestra quinta entrevista, siguió usando comas para escribir y leer números, como en 10,000 (diez mil), 54,005 (cincuenta y cuatro mil cinco) y 700,001 (setecientos mil uno). En nuestra sexta entrevista, comenzó a aceptar el uso indistinto de puntos y comas. Aparentemente, pasó del uso exclusivo de puntos al uso exclusivo de comas, y a la posibilidad de usar ambos. En nuestra última entrevista, aceptó que los puntos y las comas podían usarse indistintamente, aunque explicó que seguían siendo levemente diferentes: el punto te dice donde parar y leer, mientras que la coma “probablemente es sólo una pausa... pero no sé si realmente es para una pausa”. A pesar de esto, al escribir números, Tomás ha-

bía comenzado a usar comas casi exclusivamente (como en su escritura de 10,000, 100,000 y 1,000,000). Pero al interpretar números, aceptaba a los puntos y las comas como indistintos (por ende, tanto 1.000 como 1,000 podían ser mil y tanto 10.000 como 10,000 podían ser diez mil).

Sus ideas e interpretaciones sobre el uso y rol de los puntos y las comas en los números podrían ser similares a sus ideas incipientes en el área de la lengua escrita. Que los puntos le dicen “donde parar” y que las comas le dicen “que haga una pausa” suena vagamente familiar. Esta “similitud”, sin embargo, no debería significar de ninguna manera que Tomás no puede distinguir entre la lengua escrita y los números escritos. Debido a que está aprendiendo ambos sistemas a la vez, sus ideas sobre uno pueden naturalmente solaparse y extenderse a otra área. Será interesante explorar, más adelante, que los signos de puntuación tuvieron usos similares en la historia temprana de las notaciones musicales y en la lengua escrita, de los que describió Tomás para los números escritos (véase Treitler, 1982).

El uso de puntos y comas para organizar números gráficamente

Además de usar los signos de puntuación para ayudarlo a leer números, Tomás también empezó a usar puntos y comas para proveer algún tipo de organización gráfica a los números. El uso de los signos de puntuación para la lectura y la organización gráfica de números no están dissociados, como veremos. La organización gráfica consistente a través del uso de puntos y comas fue una ayuda para la lectura de números de Tomás.

Durante nuestras primeras dos entrevistas, Tomás hizo explícitas algunas de sus ideas sobre la organización gráfica de números. En ese momento no era obvio para mí que esto era lo que él estaba haciendo. Por ejemplo, comenzó leyendo grupos de dos ceros como “cien”. De esta manera, leyó el número 10.00 como “diez cien”. Grupos de dos ceros eran “cien”, probablemente porque el número cien tiene dos ceros. Por otra parte, grupos de dos o ceros –los “sets ceros” como llegó a llamarlos–, estaban divididos por puntos y los puntos le decían cómo leer esos sets de ceros. Un set de dos ceros, por ejemplo, era leído como “cien”, mientras que un grupo de tres ceros era leído como “mil”. Los tres ceros eran llamados mil probablemente porque el número mil contiene tres ceros.

Durante nuestra cuarta entrevista, Tomás dio otros ejemplos del uso que hizo de los signos de puntuación para organizar números. Durante esa cuarta entrevista, fue muy consistente en su uso de puntos, y luego de comas, con las que dividía a los números en grupos de tres dígitos. Por ejemplo, cuando escribió siete mil cuarenta como 7040 y decidió poner una coma después de los primeros dos dígitos desde la izquierda (o sea, 70,40), luego cambió su escritura a

7,040. Insistió que si el número debía ser *siete* mil en lugar de *setenta* mil, entonces la coma debía estar en esta última posición. Éste es un ejemplo del uso simultáneo que hizo Tomás de signos de puntuación para *leer* números y *organizarlos* gráficamente.

Durante la cuarta entrevista, también comenzó a hablar de los "sets" de ceros en un número. Habló de los "sets" de ceros como grupos de tres dígitos. Por ejemplo, cuando comparó mi escritura de un billón (1,000,000,000) con su escritura de cinco millones (5000,000,000), me dijo que el número que yo había escrito era un *millón* porque "le falta un set de ceros". Ésta fue una manera muy gráfica de agrupar los dígitos y se refería una vez más a cómo usaba los signos de puntuación para organizar los números. Me indicó que "millón" tenía tres sets de ceros y que por lo tanto "billón" tenía que tener un set de ceros más que millón. Según él, un billón debía ser escrito como 1,000,000,000,000.

Luego, durante nuestra quinta entrevista, cuando trató de escribir el número diez mil, escribió 10 000, dejando un espacio entre los dos dígitos desde la izquierda y el resto de los dígitos.¹ Me explicó que había dejado un espacio después del 10, "en lugar de poner una coma". En este intercambio, Tomás también estaba tratando de organizar el número gráficamente, de alguna manera.

Posteriormente, durante nuestra siguiente entrevista, Tomás trabajó con tarjetas con números escritos en ellas, tratando de ordenarlas desde los números que son menos hasta los que son más. Tenía una tarjeta con la escritura 10.00 y cuando tuvo que decidir dónde poner la tarjeta en la serie, me dijo:

T: Es diez cien... esto es mil, porque no hay tal cosa como diez cien, así que tiene que ser mil.

Estaba usando el punto para decir cómo *leer* el número. También estaba pensando en grupos de dos ceros como representando "cien". En este caso, la perspectiva de Tomás de usar puntos para leer números entra en conflicto con su nuevo método de organizar números gráficamente en "sets" de tres dígitos. Como estaba escrito, el número debía ser "diez cien". Pero debido a los "sets de ceros" que tenía, debía ser mil, en realidad. Sin embargo, mil es, de hecho, lo *mismo* que diez [veces] cien, en términos de cantidad, si reorganizamos los "sets" en el número. Las ideas de Tomás sobre el uso de puntos en números y sobre sets de dígitos deberán ser coordinadas con otro aspecto del sistema de numeración, el valor posicional. Una vez que las ideas de Tomás se conecten al valor posicional, puede no encontrarlas conflictivas sino como dos instancias

1. Cajori (1928) explica que en 1540, el matemático Gemma Frisius dejaba espacios entre grupos de tres dígitos.

de dos aspectos diferentes del sistema de numeración escrito. De esta manera, podrá ver a 10.00 tanto como diez cien como mil, la lectura convencional del número.

La lectura de Tomás de 10.00 como necesariamente mil también puede ser tomada como un ejemplo de su necesidad de ajustarse a una lectura y escritura convencional de los números. Podemos imaginarnos que en algún momento en su desarrollo, Tomás podría aceptar que mil podría ser reorganizado en diez cien, haciendo posible su lectura de 10.00 como diez cien. A pesar de que 10.00 debería ser diez cien siguiendo su regla del uso de los puntos en los números para saber dónde parar y leer, nunca antes había escuchado la lectura de diez cien, y por lo tanto usó los "sets" de cero para reconocer que este número era mil. Parece que Tomás estaba pensando sobre cuántos ceros tienen los números—cuántos sets de ceros— para decidir qué número era. Tomás oscilaba entre usar el punto para decir cómo leer el número y usar el punto para organizar el número gráficamente en sets, a restringirse a tener que usar sets de tres dígitos. Cuando continuó ordenando las tarjetas con números escritos en ellas, Tomás puso 1.000 y 1000 juntos, como el mismo número. Como también quería poner a 10.00 junto a estos números, comencé a preguntarle cómo estaba decidiendo que el número era mil. Tratando de adaptarse a esta pregunta, cambió este número a 10.000, tachando el cero a la izquierda del punto y agregando un cero al final del número. Dijo: "Si sólo pongo un cero acá [al final a la derecha del número] sería *diez* mil, así que tienes que tachar el cero acá [a la izquierda del punto] [para tener mil]". Ésta parecía ser una instancia en la que Tomás trataba de combinar el uso de puntos y comas para *leer* números con su nueva idea sobre sets de ceros y su uso de los signos de puntuación para organizar los números gráficamente.

Mientras que en la entrevista anterior Tomás había decidido que 1,000,000 debía ser leído como "tres ceros más que mil", en esta sesión comenzó a llamar a este número "mil mil". Luego, durante nuestra séptima entrevista, decidí agregar una coma al número 10000, que él había leído como un millón en nuestra primera entrevista, para transformarlo en diez mil: 10,000. Debido a que antes había interpretado 10,000 como diez mil con mucha seguridad, le pregunté:

B: Pero si tuvieras que poner una coma [en 10000], ¿dónde la pondrías?

T: Aquí [agregando una coma a 10000, transformándolo en 10,000]. Pero entonces tendría que ser diez mil.

Nuevamente, Tomás estaba usando los signos de puntuación—la coma, en este caso— para organizar el número en sets de tres dígitos, y para leerlo. Durante nuestra última entrevista, cuando escribí el número 10,000, Tomás primero lo miró y contó el número de ceros, agregó un cero entre el primer y segundo

cero desde la izquierda, y corrió la coma. Acabó con el número 1000,000. Dijo que este número era mil mil pero que lo podría cambiar a un millón agregando una coma, acabando con 1,000,000. Al final de esta sesión, escribió el número 5,000,000 y lo leyó como cinco millones, y luego escribió 4,000,000,000 y lo leyó como cuatro mil millones. Éstos son otros ejemplos del uso que Tomás hizo de los signos de puntuación para organizar a los números en sets de tres dígitos. Aunque no siempre usaba los nombres convencionales para los números, seguía siendo consistente en los nombres que daba a los números, enfocando la progresión de "sets de ceros".

REFLEXIONES

Los dos temas principales en el uso de signos de puntuación que hizo Tomás fueron su uso para ayudarlo a leer números y para organizar a éstos gráficamente. Estos dos temas alrededor de los cuales Tomás inventó ideas sobre el sistema de numeración escrito son similares a los que surgen en el uso de signos de puntuación en la historia de notaciones numéricas y de lengua escrita. Trataré de mostrar que en sus ideas hubo construcción, para contrarrestar las tres ideas sobre aprendizaje de notaciones numéricas que presenté al principio.

Por ejemplo, parece haber habido dos usos distintos de los signos de puntuación en la historia de notaciones numéricas: para agrupar dígitos en números (como en los "sets de ceros" de Tomás) y para marcar las partes enteras y decimales de los números (Cajori, 1928). Cajori explica que "En la escritura de números que contienen muchos dígitos es deseable tener un símbolo para separar los números en grupos de tres dígitos" (*op. cit.*, pág. 57). Los diferentes símbolos usados a lo largo de la historia de las notaciones numéricas para agrupar números en grupos de dígitos han sido, con mayor frecuencia, los puntos, las comas, las barras verticales, los arcos, los dos puntos, y el punto y coma. Por lo tanto, el uso de puntos y comas por parte de Tomás,² tiene un paralelo en las observaciones hechas en la historia de las notaciones numéricas.

Los textos de historia de notaciones numéricas raramente reflejan los tipos de obstáculos cognitivos que se encontraron y que eventualmente llevaron al uso de signos de puntuación en número. Sin embargo, si asumimos que el uso

2. Es interesante que el uso de comas o puntos para "agrupar dígitos" en números no es consistente en diferentes partes del mundo. Por ejemplo, mientras en los Estados Unidos se usan los puntos para separar la parte entera de la decimal en un número, y las comas, para agrupar los dígitos en las partes enteras del número, en otras partes del mundo, los puntos y las comas se usan de la manera opuesta. Es decir, las comas separan la parte entera de la decimal en un número.

que hizo Tomás de los signos de puntuación en los números es similar al uso que podría hacer de ellos en lengua escrita, podríamos recurrir a reflexiones contemporáneas e históricas del uso de signos de puntuación en la lengua escrita. Por ejemplo, Ferreiro (Ferreiro y Zuccherzaglio, 1996; Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira, y García Hidalgo, 1996) explica que existe una teoría sobre la puntuación como un "Lugar de respiración" natural, que invade tanto a las escuelas como a la historia de la lengua escrita. De hecho, Parkes (1992) ha llamado a esto "una gramática de la legibilidad". Los signos de puntuación ayudan a los lectores; de hecho, el uso de los signos de puntuación se originó en los lectores —no en los escritores— como una guía a la interpretación (Parkes, 1992; véase Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira, y García Hidalgo, 1996). Como Parkes (1978) explica, los signos de puntuación ayudan a los lectores a comprender un texto, marcando las unidades de sentido en el texto.

Ferreiro (Ferreiro, Pontecorvo, Ribeiro Moreira, & García Hidalgo, 1996) señala el uso de los signos de puntuación en la evolución de la escritura, como organizadores de textos y como una manera de limitar las posibles interpretaciones de los lectores. Estos usos son muy similares a los usos que hizo Tomás de los signos de puntuación en números para ayudar su lectura de los números y para organizarlos gráficamente. En Tomás, esta organización tiende a la agrupación de tres dígitos en "sets".

Una exploración de algunas instancias en la historia de las notaciones musicales en el oeste revela los paralelismos con el uso de los signos de puntuación en la lengua escrita. Por lo tanto, también señala el paralelismo entre las ideas de Tomás sobre signos de puntuación en números y su uso en la lengua escrita y en notaciones musicales. Por ejemplo, un historiador de alrededor de 1100, explica:

Así como en la prosa se reconocen tres tipos de distinciones, que también se llaman "pausas" —los dos puntos, la coma, y el punto— también así es en el canto. En la prosa, cuando uno hace una pausa al leer en voz alta, se llama dos puntos; cuando la oración se separa por un signo de puntuación correcto, se llama coma; cuando una oración se termina, se llama punto [...]

De un modo similar, cuando un canto hace una pausa, permaneciendo en la cuarta o quinta nota antes del final, hay dos puntos; cuando a mitad del canto regresa al final, hay una coma; cuando llega al final, hay un punto. (Johannes, citado en Treitler, 1982, págs. 269-270.)

Mientras hay similitudes entre el uso de los signos de puntuación en la lengua escrita y en su uso por parte de Tomás en números, hay similitudes paralelas entre el uso de signos de puntuación en la lengua escrita y en la historia de notaciones musicales. Por otra parte, Treitler (1982, pág. 270) explica que "Los

signos de notación [musicales] y los signos de puntuación juegan un rol similar en guiar al cantor/lector a dar sentido a un texto”.

El propósito de esta exploración de las ideas Tomás sobre los puntos y las comas en números era resaltar la construcción de sus ideas. Hubo una construcción activa, e invención de sus ideas, al aprender sobre los puntos y las comas en números. Sus ideas sobre estos aspectos notacionales del sistema de numeración son similares a aquellas descritas en la historia de notaciones de uso social, como las numéricas, musicales y lengua escrita.

Estos ejemplos también intentan dar un lugar al sistema de numeración escrito en el campo de la génesis del conocimiento matemático. Como insití al principio de este capítulo, los niños no desarrollan primero los aspectos conceptuales de los números, para luego preguntarse y pensar sobre los aspectos notacionales. Además, es importante volver a señalar que los niños no comienzan su escolarización como una tabula rasa en cuanto a su conocimiento sobre números escritos.

BIBLIOGRAFÍA

- Cajori, F.: *A history of mathematical notations*, vol. 1, The Open Court Publishing Company, La Salle, IL, 1928.
- Ferreiro, E.: “The acquisition of cultural objects: The case of written language”, en *Prospects*, 26 (1), 1996b, págs. 131-140.
- Ferreiro, E.; Pontecorvo, C.; Ribeiro Moreira, N., y García Hidalgo, I.: *Caperucita Roja aprende a escribir*, Barcelona, Gedisa, 1996.
- Ferreiro, E. y Teberosky, A.: *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*, Buenos Aires, Siglo Veintiuno, 1979.
- Ferreiro, E. y Zuccheromaglio, C.: “Children’s use of punctuation marks: The case of quoted speech”, en Pontecorvo, C.; Orsolini, M.; Burge, B. y Resnick, L. B. (comps.): *Children’s early text construction*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1996, págs. 177-205.
- Heath and Company: *Heath Mathematics*, Lexington, MA, D.C. Heath and Company, 1988.
- Kamii, C.: *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget’s theory*, Nueva York, Teachers College Press, 1985.
- Kamii, C.: *Young children continue to reinvent arithmetic. Second grade*, Nueva York, Teachers College Press, 1989.
- Lerner, D. y Sadovsky P.: “El sistema de numeración: Un problema didáctico”, en Parra, C. y Saiz, I. (comps.), *Didáctica de matemáticas: Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, 1994, págs. 93-184.
- Parkes, M. B.: “Medieval punctuation, or pause and effect”, en Murphy J. J. (comp.), *Medieval eloquence*, Los Angeles, 1978, págs. 127-142.
- Parkes, M. B.: *Pause and effect. An introduction to the history of punctuation in the West*, Hants, Scolar Press, Inglaterra, 1992.

- Sastre, G. y Moreno, M.: “Représentation graphique de la quantité”, en *Bulletin de psychologie*, 30, 1976, págs. 355-366.
- Silver Burdett Ginn: *Mathematics: Exploring your world*, Silver Burdett Ginn, Morristown, N.J., 1995.
- Sinclair, A.: “La notation numérique chez l’enfant”, en H. Sinclair (comp.), *La production de notation chez le jeune enfant: Langage, nombre, rythmes et mélodies*, París, Presses Universitaires de France, 1988, págs. 71-97.
- Sinclair, H.: “Young children’s acquisition of language and understanding of mathematics”, en Zweng, M.; Green, T.; Kilpatrick, J.; Pollak, H. y Suydam, M. (comps.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, Birkhäuser, 1983, págs. 7-13.
- Tolchinsky, L.: *Aprendizaje del lenguaje escrito*, Barcelona, Anthropos, 1993.
- Tolchinsky, L. y Karmiloff-Smith, A.: “Children’s understanding of notations as domains of knowledge versus referential-communicative tools”, en *Cognitive development*, 7, 1992, págs. 287-300.
- Treitler, L.: “The early history of music writing in the West”, en *Journal of the American musicological society*, 35 (2), 1982, 237-279.